Albert Einstein

Teoria relativităţii pe înţelesul tuturor

Traducere: Ilie Pârvu
Editura Humanitas, 2005

Albert Einstein
Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie
1916, 1918

Cuprins

CUVÂNT ÎNAINTE.....6

Partea întâi - DESPRE TEORIA SPECIALĂ A RELATIVITĂŢII 8
§1. Conţinutul fizic al propoziţiilor geometrice.....8
§2. Sistemul de coordonate.....11
§3. Spaţiul şi timpul în mecanica clasică.....14
§4. Sistemul de coordonate galilean.....15
§5. Principiul relativităţii (în sens restrâns).....16
§6. Teorema compunerii vitezelor în mecanica clasică 20
§7. Incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativităţii.....20
§8. Noţiunea de timp în fizică.....23
§9. Relativitatea simultaneităţii.....27
§10. Despre relativitatea conceptului de distantă spaţială.....29
§11. Transformarea Lorentz.....30
§12. Comportamentul riglelor şi ceasornicelor în mişcare.....35
§13. Teorema de compunere a vitezelor.....38
§14. Valoarea euristică a teoriei relativităţii.....41
§15. Rezultatele generale ale teoriei.....42
§16. Teoria specială a relativităţii si experienţa.....47
§17. Spaţiul cvadridimensional al lui Minkowski.....52

Partea a doua - DESPRE TEORIA GENERALĂ A RELATIVITĂŢII.....56
§18. Principiul special si cel general al relativităţii.....56
§19. Câmpul gravitaţional.....59
§20. Identitatea maselor grea si inerţială ca argument pentru postulatul general al relativităţii.....62
§21. În ce măsură fundamentele mecanicii clasice si ale teoriei speciale a relativităţii sunt nesatisfăcătoare? 66
§22. Unele consecinţe ale principiului general al relativităţii.....68
§23. Comportamentul ceasornicelor şi etaloanelor de lungime într-un sistem de referinţă în mişcare de rotaţie.....72

§24. Continuul euclidian si neeuclidian.....76
§25. Coordonate gaussiene.....79
§26. Continuul spaţio-temporal al teoriei speciale a relativităţii - continuu euclidian.....83
§27. Continuul spaţio-temporal al teoriei generale a relativităţii nu este un continuu euclidian.....85
§28. Formularea exactă a principiului general al relativităţii.....88
§29. Soluţia problemei gravitaţiei pe baza principiului general al relativităţii.....91

Consideraţii asupra universului ca întreg.....95
§30. Dificultăţile cosmologice ale teoriei newtoniene. .95
§31. Posibilitatea unui univers *finit* si totuşi *nelimitat*. .97
§32. Structura spaţiului conform teoriei generale a relativităţii.....101

ALBERT EINSTEIN s-a născut la Ulm în Germania, la 14 martie 1879. A studiat matematică şi fizică la Şcoala Politehnică Federală din Zürich între 1896 şi 1900. În anii 1902-1908 a lucrat ca expert la Oficiul Federal de Patente din Berna si a publicat lucrări ce au atras atenţia lumii ştiinţifice, printre care prima lucrare despre teoria specială a relativităţii în 1905. În anii 1908-1914 a fost profesor de fizică teoretică la universităţile din Berna, Zürich şi Fraga, în 1913 este ales membru al Academiei Prusiene de Ştiinţe si numit director al Institutului de Fizică al Societăţii „împăratul Wilhelm" din Berlin, funcţie pe care o păstrează până în 1933. După publicarea teoriei generale a relativităţii în anii primului război mondial si confirmarea uneia dintre predicţiile ei de către expediţia astronomică a Societăţii Regale de Ştiinţe din Londra (1919), devine cel mai cunoscut om de ştiinţă al vremii sale. Odată cu instaurarea regimului naţional-socialist, Einstein îşi dă demisia din Academia Prusacă de Ştiinţe şi părăseşte definitiv Germania, stabilindu-se la Princeton, în Statele Unite ale Americii. În ultima parte a vieţii, Einstein este recunoscut nu numai drept cea mai mare autoritate din fizica teoretică, ci şi ca un mare umanist care încorporează în mod exemplar prin acţiunea lui socială si culturală, prin luările sale de poziţie în problemele vieţii publice spiritul libertăţii, al justiţiei sociale, respectul pentru demnitatea fiinţei umane.

Moare la 18 aprilie 1955, la 76 de ani.

Scrierile de interes general ale lui Einstein sunt

reunite în două volume: *Mein Weltbild* (1931) si *Out of my Later Years* (1950). În 1917, Einstein publică prima expunere a teoriei speciale si generale a relativităţii „pe înţelesul tuturor".

CUVÂNT ÎNAINTE

Scopul acestei mici cărţi este de a înlesni înţelegerea cât mai exactă a teoriei relativităţii pentru cei care se interesează din perspectivă general-ştiinţifică, filozofică, de teorie, dar nu stăpânesc aparatul matematic al fizicii teoretice.[1] Lectura ei presupune o anume maturitate de gândire şi, în ciuda numărului mic de pagini, pretinde din partea cititorului multă răbdare si voinţă. Autorul si-a dat toată silinţa să prezinte ideile fundamentale cât mai clar şi simplu cu putinţă, în ordinea şi în conexiunea în care au apărut. In interesul clarităţii expunerii m-am văzut nevoit să mă repet adesea, fără a mai ţine cont de eleganta expunerii, în această privinţă am ţinut seama de sfatul teoreticianului de geniu L. Boltzmann, care spunea că eleganţa trebuie lăsată în seama croitorilor şi a cizmarilor. Nu cred că am ascuns cititorilor dificultăţile ce ţin de natura internă a problemei. Dimpotrivă, în

[1] Fundamentele matematice ale teoriei speciale a relativităţii pot fi găsite în lucrările originale ale lui H.A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski apărute în editura B.G. Teubner în colecţia de monografii *Fortschritte der Mathematischen Wissenschaften* cu titlul *Das Relativitatsprinzip,* precum şi în cartea detailată a lui M. Laue Das *Relativitatsprinzip* (editată de Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig). Teoria generală a relativităţii precum şi instrumentele matematice ajutătoare ale teoriei invarianţilor sunt tratate în broşura autorului *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitatstheorie* (Joh. Ambr. Barth, 1916); această broşură presupune o cunoaştere aprofundată a teoriei speciale a relativităţii

mod intenţionat am vitregit bazele fizice empirice ale teoriei, pentru ca cititorul neiniţiat în fizică să nu fie împiedicat să vadă pădurea din cauza copacilor. Fie ca această mică lucrare să aducă cât mai multor oameni câteva ore plăcute de lectură stimulatoare!

Decembrie, 1916
Albert Einstein

Completare la ediţia a treia

În acest an (1918) a apărut la editura Springer un excelent manual detailat asupra teoriei generale a relativităţii pe care H. Weyl l-a editat sub titlul *Raum, Zeit, Materie;* îl recomandăm cu căldură matematicienilor şi fizicienilor.

Partea întâi - DESPRE TEORIA SPECIALĂ A RELATIVITĂŢII

§1. Conţinutul fizic al propoziţiilor geometrice

Nu încape nici o îndoială, iubite cititor, că, în tinereţe, ai cunoscut falnicul edificiu al geometriei euclidiene, iar amintirea acestei măreţe construcţii, pe ale cărei trepte înalte ai fost purtat în nenumărate ore de studiu de profesori conştiincioşi, îţi inspiră mai mult respect decât plăcere; cu siguranţă că această experienţă din trecut te face să priveşti cu dispreţ pe oricine ar îndrăzni să declare ca neadevărată chiar şi cea mai neînsemnată propoziţie a acestei ştiinţe. Dar acest sentiment de mândră certitudine te va părăsi de îndată ce vei fi întrebat: „Ce înţelegi prin afirmaţia că aceste propoziţii sunt adevărate?" Iată o întrebare la care vrem să ne oprim puţin.

Geometria porneşte de la anumite noţiuni fundamentale, cum sunt punctul, dreapta, planul, pe care suntem capabili să le corelăm cu reprezentări clare, si de la anumite propoziţii simple (axiome), pe care suntem înclinaţi să le acceptăm ca „adevărate" pe baza acestor reprezentări. Toate celelalte propoziţii vor fi întemeiate, adică demonstrate pe baza unei metode logice, a cărei justificare suntem determinaţi s-o recunoaştem, pornind de la aceste axiome. O propoziţie este corectă, respectiv „adevărată", dacă poate fi dedusă din

axiome în maniera recunoscută. Problema „adevărului" unor propoziţii geometrice individuale conduce astfel înapoi la problema „adevărului" axiomelor.

Se ştie însă de multă vreme că această ultimă problemă nu este doar nerezolvabilă prin metodele geometriei; ea este, în general, fără sens. Nu ne putem întreba dacă este adevărat că prin două puncte poate trece numai o *singură* dreaptă. Putem doar spune că geometria euclidiană se ocupă cu figuri pe care ea le numeşte „drepte" şi cărora le atribuie proprietatea de a fi determinate în întregime prin două puncte ce le aparţin. Conceptul de „adevăr" nu se potriveşte enunţurilor geometriei pure, deoarece prin cuvântul „adevărat" desemnăm în ultimă instanţă corespondenţa cu obiectele reale.

Geometria însă nu se ocupă cu relaţia dintre conceptele ei şi obiectele experienţei, ci doar cu corelaţiile logice reciproce ale acestor concepte.

Este uşor însă de explicat de ce ne simţim totuşi obligaţi să spunem că propoziţiile geometriei sunt „adevărate". Conceptelor geometrice le corespund mai mult sau mai puţin exact obiecte din natură, aceasta din urmă reprezentând singura cauză a generării lor. In încercarea de a conferi edificiului ei o cât mai mare coeziune logică, geometria se îndepărtează de această origine. Obişnuinţa, de exemplu, de a defini o dreaptă prin două puncte marcate pe un singur corp practic rigid este profund înrădăcinată în felul nostru de a gândi. La fel, suntem obişnuiţi să considerăm că trei

puncte se află pe o linie dreaptă dacă putem face să treacă o rază vizuală prin aceste trei puncte alegând în mod convenabil punctul de vizare.

Dacă, urmând modul nostru obişnuit de a gândi, adăugăm propoziţiilor geometriei euclidiene o singură propoziţie care afirmă că la două puncte ale unui corp practic rigid corespunde întotdeauna aceeaşi distanţă (măsurată în linie dreaptă), indiferent de modificările aduse poziţiei corpului, atunci propoziţiile geometriei euclidiene devin propoziţii ce se raportează la diverse poziţii relative pe care le pot ocupa corpurile practic rigide.[2]

Geometria astfel completată poate fi considerată o ramură a fizicii. Acum avem îndreptăţirea să ne întrebăm asupra „adevărului" propoziţiilor geometrice astfel interpretabile, deoarece ne putem întreba dacă ele corespund acelor lucruri reale pe care le-am pus în corespondenţă cu conceptele geometrice. Ceva mai puţin precis am putea spune că prin „adevărul" unei propoziţii geometrice înţelegem faptul că ea conduce la o construcţie posibilă cu rigla şi compasul.

Convingerea asupra „adevărului" propoziţiilor geometrice în acest sens se întemeiază în mod natural exclusiv pe o experienţă relativ imperfectă.

---

[2]Prin aceasta i se pune în corespondenţă liniei drepte un obiect natural. Trei puncte ale unui corp rigid *A, B, C* se află pe o linie dreaptă atunci când, date fiind punctele *A* si C, punctul B este astfel ales, încât suma distanţelor *AB* şi *BC* să fie cea mai mică cu putinţă. Această indicaţie incompletă poate fi aici considerată ca suficientă

Vom presupune pentru început adevărul propoziţiilor geometriei pentru ca apoi, în ultima pafte a consideraţiilor noastre (privind teoria generală a relativităţii), să vedem că aceste adevăruri nu sunt absolute si să le precizăm limitele.

§2. Sistemul de coordonate

Pe baza interpretării *fizice a* distantei pe care am indicat-o, suntem în măsură să stabilim prin măsurători distanţa dintre două puncte ale unui corp rigid. Pentru aceasta avem nevoie de o linie (un etalon de măsură S) determinată o dată pentru totdeauna, care va fi folosită ca unitate de măsură. Dacă se dau două puncte A şi B ale unui corp rigid, atunci linia dreaptă care le uneşte se poate construi după legile geometriei; apoi, pe această linie de legătură putem suprapune linia S pornind din *A* de atâtea ori până când se ajunge în *B.* Numărul repetărilor acestei suprapuneri va reprezenta măsura dreptei *AB.* Pe acest principiu se *bazează* orice măsurare a lungimii.[3]

Orice descriere spaţială a poziţiei unui fenomen sau obiect se *bazează* pe faptul că se indică un punct al unui corp rigid (sistem de referinţă) cu care acel fenomen coincide. Acest lucru este valabil nu doar pentru descrierea ştiinţifică, ci şi pentru viaţa cotidiană. Astfel, dacă vom analiza următoarea indicaţie privind locul „la Berlin, în

[3]Aceasta presupune că măsurarea dă un număr întreg. De această dificultate ne eliberăm prin utilizarea unor etaloane fracţionare a căror introducere nu pretinde o metodă principial noua

piaţa Potsdam", vom obţine următoarea semnificaţie: corpul rigid este solul la care se referă indicaţia privind locul; pe el e marcat un punct purtând un nume, „Piaţa Potsdam din Berlin", cu care coincide spaţial fenomenul.[4]

Acest mod elementar de a indica un loc nu poate servi decât pentru punctele de pe suprafaţa corpurilor rigide, fiind legat de existenţa unor puncte ale acestei suprafeţe ce pot fi distinse reciproc. Să vedem cum se eliberează spiritul uman de aceste două limitări, fără ca esenţa indicării locului să se modifice. De exemplu, să presupunem că deasupra Pieţei Potsdam pluteşte un nor; locul acestuia poate fi stabilit, în raport cu suprafaţa Pământului, ridicând în piaţă o prăjină care să ajungă până la nor. Lungimea prăjinii, măsurată cu etalonul, împreună cu indicarea locului piciorului acestei prăjini va reprezenta o indicaţie completă a poziţiei.

Vedem din acest exemplu cum a fost perfecţionată noţiunea de poziţie:

a) se prelungeşte corpul rigid, la care se raportează indicaţia de poziţie a obiectului, în aşa fel încât obiectul ce urmează a fi localizat îl întâlneşte într-un punct determinat; b) se foloseşte, pentru stabilirea locului, numărul în locul numelor punctelor de reper (aici, lungimea prăjinii măsurate cu etalonul); c) se vorbeşte de înălţimea norului chiar şi atunci când nu există o

[4]O cercetare mai adâncă a ceea ce înţelegem noi aici prin coincidenţă spaţială nu e necesară, deoarece această noţiune este suficient de clară, încât, în cazuri reale particulare, nu ar putea să apară diferenţe de opinie dacă această coincidenţă are loc sau nu

prăjină care să-l poată atinge. In cazul nostru, se va evalua lungimea acestei prăjini care ar trebui confecţionată pentru a atinge norul, prin observaţii optice asupra norului din diferite poziţii de pe sol, ţinând seama de proprietăţile propagării luminii.

Din această examinare rezultă că, în descrierea poziţiei locului, ar fi avantajos dacă am reuşi ca, prin folosirea numerelor indici, să devenim independenţi de existenţa punctelor de reper dotate cu nume pe un corp rigid, ce serveşte ca sistem de referinţă. Acest obiectiv îl realizează fizica în măsurarea prin folosirea sistemului de coordonate cartezian.

Acesta constă din trei planuri rigide perpendiculare două câte două şi legate de un corp rigid.

Locul unui eveniment oarecare în raport cu sistemul de coordonate va fi (în mod esenţial) descris prin indicarea lungimii a trei perpendiculare sau coordonate *(x,* y, z) (vezi fig. 2, p. 36) care pot fi duse în acest punct pe cele trei planuri considerate. Lungimile acestor trei perpendiculare pot fi determinate prin manevrarea liniei etalon rigide conform legilor si metodelor geometriei euclidiene.

În aplicaţii, nu se *realizează* în general cele trei planuri rigide ce constituie sistemul de coordonate; coordonatele nu se măsoară nici ele cu ajutorul etalonului rigid, ci se determină indirect. Sensul fizic al indicaţiei de poziţie nu va trebui întotdeauna căutat în direcţia explicaţiilor de mai sus, dacă vrem ca rezultatele fizicii şi

astronomiei să nu devină obscure.[5]

Din cele de mai sus rezultă deci următoarele: orice descriere spaţială a fenomenelor se foloseşte de un corp rigid la care se vor raporta spaţial fenomenele; această raportare presupune valabilitatea legilor geometriei euclidiene pentru „liniile drepte", „linia dreaptă" fiind reprezentată fizic prin două puncte marcate pe un corp rigid.

§3. Spaţiul şi timpul în mecanica clasică

Dacă formulăm obiectivul mecanicii - fără explicaţii preliminare si consideraţii complicate - astfel: „mecanica trebuie să descrie schimbările de poziţie ale corpurilor în spaţiu în funcţie de timp", atunci vom comite o serie de păcate de moarte împotriva spiritului sfânt al clarităţii; aceste păcate vor fi imediat scoase la iveală.

Este neclar ce trebuie să se înţeleagă aici prin „loc" şi „spaţiu". Să luăm un exemplu. De la fereastra unui vagon de tren în mişcare uniformă las să cadă o piatră pe terasament fără a-i da un impuls.

Făcând abstracţie de rezistenta aerului, voi vedea piatra căzând în linie dreaptă. Un pieton care, de pe o potecă laterală, vede fapta mea urâtă, observă că piatra cade pe pământ descriind o parabolă. Ne întrebăm: „locurile" pe care piatra le străbate se află „în realitate" pe o dreaptă sau pe o parabolă? Ce înseamnă aici mişcarea „în spaţiu"? După remarcile din §2,

[5]O perfecţionare şi o transformare a acestei concepţii va fi necesară doar pentru teoria generală a relativităţii, care va fi tratată în a doua parte a lucrării

răspunsul va fi de la sine înţeles. Mai întâi să lăsăm cu totul la o parte expresia vagă „spaţiu", prin care, să recunoaştem sincer, nu putem să gândim nimic precis; o vom înlocui prin „mişcare în raport cu un corp de referinţă practic rigid". Locurile în raport cu un corp de referinţă (vagonul sau solul) au fost deja definite amănunţit în paragrafele anterioare. Dacă pentru „corp de referinţă" vom introduce conceptul util pentru descrierea matematică „sistem de coordonate", vom putea spune: piatra descrie în raport cu sistemul de referinţă legat de vagon o dreaptă, iar în raport cu cel legat de sol o parabolă. Din acest exemplu se vede clar că nu putem vorbi de traiectorie[6] în sine, ci numai de traiectoria relativă la un sistem de referinţă.

O descriere *completă* a mişcării nu este dată până nu se indică modul în care corpul îşi modifică locul în funcţie de timp. Cu alte cuvinte, pentru fiecare punct al traiectoriei trebuie să se indice momentul temporal în care corpul se află acolo.

Aceste indicaţii trebuie completate cu o asemenea definiţie a timpului, încât aceste valori de timp să poată fi considerate, datorită acestei definiţii, ca mărimi principial observabile (rezultate ale măsurătorilor). Ne putem conforma acestei-exigenţe pentru exemplul nostru, în cadrul mecanicii clasice, în felul următor. Ne imaginăm două ceasornice absolut identice; pe unul dintre ele îl va observa omul de la fereastra

[6]Se numeşte astfel curba de-a lungul căreia se desfăşoară mişcarea corpului considerat

trenului, iar pe altul omul de pe drumul lateral. Fiecare dintre cei doi, atunci când ceasornicul său indică o anumită oră, va determina poziţia pietrei în raport cu sistemul său de referinţă. Vom renunţa aici la luarea în considerare a inexactităţii care apare datorită caracterului finit al vitezei de propagare a luminii. Despre aceasta şi despre a doua dificultate - care va trebui biruită aici - vom vorbi mai detaliat mai târziu.

§4. Sistemul de coordonate galilean

Principiul mecanicii galileo-newtoniene, cunoscut sub denumirea de legea inerţiei, spune: un corp suficient de îndepărtat de alte corpuri îşi menţine starea de repaus sau de mişcare uniform-rectilinie. Această propoziţie nu spune ceva doar despre mişcarea corpurilor, ci si despre sistemele de coordonate a căror utilizare este admisă în descrierea mecanică. Corpurile care se supun, desigur, cu un grad înalt de aproximare, legii inerţiei sunt stelele fixe observabile. Dar, în raport cu un sistem de coordonate legat rigid de Pământ, o stea fixă descrie în cursul unei zile (astronomice) un cerc de rază extrem de mare, în contradicţie cu principiul inerţiei. Pentru a putea menţine acest principiu va trebui să raportăm mişcarea numai la sisteme de coordonate faţă de care stelele fixe nu se mişcă în cerc. Sistemul de coordonate, a cărui stare de mişcare este de aşa natură încât în raport cu el este valabilă legea inerţiei, îl vom numi „sistem de coordonate galilean". Numai pentru un sistem de coordonate galilean sunt valabile legile mecanicii galileo-newtoniene.

§5. Principiul relativităţii (în sens restrâns)

Revenim, pentru o intuire mai bună a lucrurilor, la exemplul cu vagonul de tren care se mişcă cu o viteză uniformă. Mişcarea sa o vom numi translaţie uniformă („uniformă" deoarece viteza şi direcţia sa sunt constante; „translaţie" deoarece vagonul îşi modifică locul în raport cu terasamentul căii ferate, fără a face vreo mişcare de rotaţie). Să presupunem că un corb zboară în linie dreaptă si în mod uniform în raport cu un observator situat pe sol. Din punctul de vedere al unui observator din trenul aflat în mişcare, zborul lui va reprezenta o mişcare cu o altă viteză şi altă direcţie: dar este tot o mişcare rectilinie şi uniformă. Exprimat în mod abstract: dacă o masă *m* se mişcă uniform şi rectiliniu în raport cu un sistem de coordonate *K,* atunci ea se va mişca rectiliniu şi uniform şi în raport cu al doilea sistem de coordonate *K′,* atunci când acesta din urmă are o mişcare de translaţie uniformă faţă de *K.* De aici decurge, având în vedere cele spuse şi în paragrafele anterioare, că:

Dacă *K* este un sistem de coordonate galilean, atunci oricare alt sistem de coordonate *K′* va fi unul galilean dacă el se află fată de *K* într-o stare de mişcare de translaţie uniformă, în raport cu *K′* legile mecanicii galileo-newtoniene sunt la fel de valabile ca şi în raport cu *K.*

Vom face un pas mai departe în generalizare: dacă *K′* reprezintă un sistem de coordonate în mişcare uniformă şi fără rotaţii în raport cu *K,*

atunci fenomenele naturale se vor petrece în raport cu *K'* după aceleaşi legi generale ca şi în raport cu *K.*

Acest enunţ îl vom numi „Principiul relativităţii" (în sens restrâns).

Atâta vreme cât domina convingerea că orice fenomen al naturii poate fi reprezentat cu ajutorul mecanicii clasice, nu se putea pune la îndoială validitatea acestui principiu al relativităţii. Cu noile dezvoltări ale electrodinamicii şi opticii a devenit din ce în ce mai evident că mecanica clasică nu este suficientă ca bază a tuturor descrierilor fizice ale fenomenelor naturale. Atunci s-a pus sub semnul întrebării validitatea principiului relativităţii, nefiind exclusă posibilitatea ca răspunsul să fie unul negativ.

Oricum, există două fapte generale care pledează din capul locului în favoarea validităţii principiului relativităţii. Dacă mecanica clasică nu oferă o bază suficientă pentru explicarea teoretică a *tuturor* fenomenelor fizice, trebuie totuşi să-i recunoaştem un conţinut de adevăr foarte important, deoarece ea descrie cu o precizie uimitoare mişcările reale ale corpurilor cereşti. De aceea, si în domeniul mecanicii principiul relativităţii trebuie să fie valabil cu o mare exactitate. Faptul ca un principiu cu un grad atât de înalt de generalitate, care este valid cu o asemenea exactitate într-un domeniu de fenomene, să fi eşuat în alt domeniu de fenomene este *a priori* puţin probabil.

Al doilea argument, asupra căruia vom reveni mai târziu, este următorul. Dacă principiul

relativităţii (în sens restrâns) n-ar fi valid, atunci sistemele de coordonate galileene *K, K', K"* etc., care se mişcă unul faţă de altul uniform, n-ar mai fi echivalente pentru descrierea fenomenelor naturale.

Ar trebui atunci să admitem că legile naturii se prezintă sub o formă deosebit de simplă şi naturală dacă vom alege ca sistem de referinţă unul dintre toate acestea *(K_0)* aflat într-o stare determinată de mişcare. Pe acesta îl vom considera, pe bună dreptate (din cauza avantajelor sale pentru descrierea fenomenelor naturale) ca „absolut imobil", celelalte sisteme galileene *K* fiind însă „în mişcare".

Dacă, de exemplu, terasamentul căii ferate ar reprezenta sistemul *K_0,* atunci vagonul nostru de tren ar fi un sistem *K* în raport cu care ar trebui să fie valabile legi mai puţin simple decât cele definite în raport cu *K_0.* Această simplitate redusă ar trebui pusă pe seama faptului că vagonul *K* se află în mişcare în raport cu *K_0* (în mod „real"), în aceste legi generale ale naturii formulate în raport cu *K,* mărimea şi direcţia vitezei de mişcare a vagonului trebuie să joace un rol. Ne vom aştepta, de exemplu, ca înălţimea tonului unui tub de orgă să fie diferită după cum axa acestui tub va fi paralelă sau perpendiculară pe direcţia de mişcare a trenului. Dar Pământul, aflat în mişcare în raport cu Soarele, este comparabil cu un vagon care se deplasează cu o viteză de 30 km/s. Ar trebui deci să ne aşteptăm, dacă admitem nevaliditatea principiului relativităţii, ca direcţia din fiecare moment a mişcării Pământului să intervină în legile naturii,

cu alte cuvinte ca sistemele fizice să depindă în comportamentul lor de orientarea spaţială în raport cu Pământul. Dar, dat fiind că direcţia vitezei mişcării de rotaţie a Pământului se schimbă constant în cursul anului, acesta nu poate fi considerat imobil în raport cu sistemul ipotetic K_0 nici un moment pe parcursul unui an întreg. Dar, cu toate strădaniile, nu s-a putut observa niciodată o asemenea anizotropie fizică a spaţiului, adică o neechivalenţă fizică a diferitelor direcţii. Acesta este un argument foarte puternic în favoarea principiului relativităţii.

§6. Teorema compunerii vitezelor în mecanica clasică

Să presupunem iarăşi că acelaşi tren se deplasează cu viteza constantă *v.* Într-un vagon, un om se deplasează în sensul lungimii vagonului si anume în aceeaşi direcţie a mişcării trenului, cu viteza *w.* Cât de repede, adică cu ce viteză W înaintează omul în raport cu terasamentul? Singurul răspuns posibil pare a decurge din observaţia următoare:

Dacă omul ar rămâne imobil timp de o secundă, în acest timp el s-ar deplasa în raport cu terasamentul cu o lungime *v egală* cu viteza trenului.

Dar, în realitate, din cauza mişcării lui proprii, el parcurge în plus în această secundă în raport cu vagonul si, ca urmare, si în raport cu terasamentul, o lungime *w* egală cu viteza

deplasării sale. In total, el parcurge deci în această secundă, în raport cu terasamentul, o lungime

$$W = v + w.$$

Vom vedea mai târziu că acest raţionament, care în mecanica clasică se numeşte „teorema de compunere a vitezelor", nu este riguros şi, ca urmare, această lege nu este verificată în realitate. Pentru moment vom accepta însă corectitudinea ei.

§7. Incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativităţii

Nu există o lege a fizicii mai simplă decât aceea după care se propagă lumina în spaţiul vid. Orice elev ştie, sau cred că ştie, că această propagare se produce rectiliniu şi cu o viteză c = 300 000 km/s.

In orice caz, noi ştim în mod cert că această viteză este aceeaşi pentru toate culorile. Dacă n-ar fi astfel, atunci minimul strălucirii unei stele fixe în momentul eclipsării sale de către unul din sateliţii ei nu s-ar mai observa simultan pentru toate culorile. Printr-un raţionament asemănător privind observarea stelelor duble, astronomul olandez De Sitter a putut să arate şi că viteza de propagare a luminii nu poate să depindă de viteza de deplasare a sursei luminoase. Pare astfel improbabil ca această viteză de propagare să depindă de direcţia ei „în spaţiu".

Pe scurt, să admitem că elevul nostru a avut bune temeiuri să creadă în legea simplă a vitezei constante c a luminii (în vid). Cine şi-ar fi închipuit că această lege simplă a creat marilor

fizicieni cele mai mari dificultăţi posibile? Aceste dificultăţi se exprimă astfel:

Trebuie, bineînţeles, să studiem propagarea luminii, ca orice altă mişcare, în raport cu un sistem rigid de referinţă (sistem de coordonate). Să alegem în această calitate din nou terasamentul nostru, pe care-l considerăm plasat într-un vid perfect.

O rază de lumină trimisă de-a lungul căii ferate se va propaga în raport cu terasamentul cu viteza *c.* Să ne imaginăm că acelaşi tren se mişcă cu viteza *v* în acelaşi sens cu cel al propagării luminii, dar, evident, mult mai încet. Care este viteza de propagare a razei luminoase în raport cu vagonul trenului? Raţionamentul din paragraful precedent se aplică şi aici în mod evident; căci omul care se deplasează în vagon poate juca rolul razei de lumină; va fi deci suficient să considerăm, în locul vitezei *w* a deplasării omului în raport cu terasamentul, viteza de propagare a luminii faţă de acesta; *w* este astfel viteza căutată a luminii faţă de vagon, pentru care e valabilă relaţia:

$$w = c - v$$

Viteza propagării razei de lumină în raport cu vagonul se dovedeşte astfel a fi mai mică decât *c.*

Acest rezultat se află însă în contradicţie cu principiul relativităţii formulat în §5. Legea propagării luminii în vid trebuie, după principiul relativităţii, ca orice altă lege generală a naturii, să fie valabilă pentru vagonul de tren luat drept sistem de referinţă la fel ca si pentru terasamentul căii ferate, considerat ca sistem de

referinţă. Acest lucru se dovedeşte însă, potrivit consideraţiilor de mai sus, imposibil. Dacă orice rază de lumină se propagă în raport cu solul cu viteza *c,* atunci tocmai din această cauză pare că viteza de propagare a luminii în raport cu vagonul va trebui să fie diferită - fapt ce contrazice principiul relativităţii.

Se pare deci că nu putem scăpa din dilema următoare: fie renunţăm la principiul relativităţii, fie renunţăm la legea simplă de propagare a luminii în vid. Cu siguranţă, cititorul care a urmărit cu atenţie cele spuse mai sus se va aştepta să fie păstrat principiul relativităţii, care se impune spiritului prin naturaleţe şi simplitate, şi ca legea propagării luminii în vid să fie înlocuită printr-una mai complicată, compatibilă cu principiul relativităţii. Dezvoltarea fizicii teoretice a arătat însă că acest drum nu poate fi urmat. Cercetările teoretice de o importanţă fundamentală ale lui H.A. Lorentz asupra proceselor electrodinamice si optice ce se produc în corpurile aflate în mişcare au arătat că experienţele din acest domeniu conduc în mod obligatoriu la o teorie a fenomenelor electromagnetice care are drept consecinţă inevitabilă legea constanţei vitezei luminii în vid. De aceea, teoreticienii marcanţi au fost înclinaţi mai degrabă să respingă principiul relativităţii, deşi nu s-a găsit niciodată un fapt experimental care să fi contrazis acest principiu.

Aici a intervenit teoria relativităţii. Printr-o analiză a conceptelor de timp si spaţiu s-a dovedit că, *în realitate, nu există vreo incompatibilitate între principiul relativităţii şi*

legea de propagare a luminii, că se ajunge la o teorie logic ireproşabilă mai curând prin menţinerea simultană a acestor două legi. Această teorie pe care o numim, spre a o deosebi de extinderea ei despre care vom vorbi mai târziu, „teoria specială a relativităţii”. Va fi expusă în continuare în ideile ei fundamentale.

§8. Noţiunea de timp în fizică

Să presupunem că un fulger a căzut asupra liniei ferate în două locuri A si B aflate la o mare distanţă unul de altul; dacă vom adăuga la aceasta faptul că cele două fulgere s-au produs simultan si ne vom întreba, stimate cititor, dacă acest enunţ are vreun sens, desigur îmi vei răspunde afirmativ. Dacă voi insista să-mi explici mai exact sensul acestui enunţ, vei observa, după o oarecare reflecţie, că răspunsul la această întrebare nu este atât de simplu cum pare la prima vedere.

După un timp s-ar putea să-ţi vină în minte următorul răspuns: „Semnificaţia enunţului este în sine clară şi nu necesită o explicaţie suplimentară; mi-ar trebui totuşi un moment de reflecţie dacă aş avea sarcina de a constata experimental dacă, în cazuri concrete, cele două evenimente sunt simultane sau nu." Cu acest răspuns nu pot fi de acord din următoarele motive. Să admitem că un meteorolog ar fi descoperit prin raţionamente subtile că în locurile A şi B fulgerele cad întotdeauna simultan; se impune totuşi să verificăm dacă acest rezultat teoretic este conform sau nu cu realitatea.

Această condiţie este aceeaşi pentru toate enunţurile fizice în care conceptul de „simultaneitate"
joacă vreun rol. Conceptul există pentru fizician numai atunci când există posibilitatea de a determina în cazurile concrete dacă el corespunde sau nu. Este aşadar nevoie de o asemenea definiţie a simultaneităţii care să ne ofere metoda de a decide experimental în cazurile de mai sus dacă cele două fulgere au fost simultane sau nu. Atâta vreme cât o asemenea condiţie nu este îndeplinită, ca fizician (lucrul e valabil si pentru un nefizician!) mă înşel atunci când cred că voi putea da vreun sens simultaneităţii, (înainte de a citi mai departe, dragă cititorule, trebuie să fii convins de asta.)

Îmi vei propune, după un timp de gândire, următoarea modalitate de a constata simultaneitatea a două evenimente: linia ce uneşte cele două locuri *A* şi *B* va fi măsurată de-a lungul căii ferate şi va fi instalat la mijloc (M) un observator dotat cu un aparat (de exemplu, cu o oglindă înclinată la 90°) care să-i permită să observe simultan cele două puncte A şi B. Dacă observatorul percepe cele două fulgere în acelaşi timp, ele vor fi simultane.

Sunt foarte mulţumit de acest procedeu si totuşi nu consider problema pe deplin lămurită, deoarece mă văd silit să aduc următoarea obiecţie: „Definiţia ta ar fi necondiţionat corectă dacă aş şti deja că lumina, care-i mijloceşte observatorului în M perceperea fulgerului, se propagă cu aceeaşi viteză pe distanţa *A* -> M ca

si pe distanţa *B* -> M. O verificare a acestei afirmaţii presupune însă că noi dispunem deja de un mijloc de a măsura timpul. Se pare deci că ne mişcăm într-un cerc vicios."

După ce vei mai reflecta, îmi vei arunca, pe bună dreptate, o privire dispreţuitoare şi vei declara:

„Consider că definiţia mea este totuşi corectă, deoarece în realitate ea nu presupune nimic despre lumină. O *singură* condiţie trebuie pusă definiţiei simultaneităţii, şi anume să furnizeze, în fiecare caz real, un procedeu empiric pentru a decide dacă noţiunea definită corespunde sau nu. Este indiscutabil că definiţia mea face acest lucru. Faptul că lumina are nevoie de acelaşi timp pentru a parcurge drumul *A* -> M şi drumul *B* -> M nu reprezintă în realitate o *presupoziţie* sau o *ipoteză* asupra naturii fizice a luminii, ci o convenţie, pe care sunt liber s-o adopt pentru a ajunge la o definiţie a simultaneităţii."

Este clar că această definiţie poate fi folosită pentru a da sens exact enunţului simultaneităţii nu doar pentru *două* evenimente, ci pentru un număr oarecare de evenimente, indiferent de locul pe care-l ocupă ele în raport cu sistemul de referinţă (aici terasamentul căii ferate).[7] Prin aceasta ajungem şi la o definiţie a „timpului" în

[7]Vom admite în plus că, dacă trei fenomene *A, B, C* se petrec în locuri diferite, dacă *A* este simultan cu B şi B este simultan cu C (simultan în sensul definiţiei de mai sus), criteriul simultaneităţii e valabil şi pentru perechea de fenomene *AC.*

Această supoziţie este o ipoteză fizică asupra legii de propagare a luminii; ea trebuie satisfăcută necondiţionat dacă vrem să poată fi păstrată legea constantei vitezei luminii în vid

fizică. Să ne imaginăm trei ceasornice identice în punctele *A,*

B si C ale drumului (sistemul de coordonate), reglate astfel încât poziţiile corespunzătoare ale limbilor lor să fie identice (în sensul de mai sus).

Atunci prin „timpul" unui fenomen se va înţelege indicaţia de timp (poziţia limbii acelui ceasornic care se află în imediata apropiere în spaţiu) a fenomenului, în felul acesta, oricărui eveniment i se va pune în corespondenţă o valoare temporală, care poate fi în principiu observată.

Această convenţie conţine încă o ipoteză fizică, de a cărei valabilitate nu ne putem îndoi atâta vreme cât nu există temeiuri contrare obţinute empiric. Se admite că toate aceste ceasornice merg „la fel de repede", atunci când sunt identic construite, într-o formulare exactă: dacă două ceasornice imobile plasate în două puncte diferite ale sistemului de referinţă sunt reglate astfel încât acele lor să marcheze *simultan* (în sensul anterior) aceeaşi oră, atunci trecerea lor prin toate poziţiile corespunzătoare va fi constant simultană (în sensul definiţiei de mai sus).

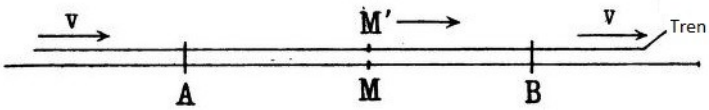
§9. Relativitatea simultaneităţii

Până acum am raportat consideraţiile noastre la un sistem de referinţă determinat, pe care l-am desemnat prin „terasamentul căii ferate". Să presupunem acum că un tren extrem de lung se deplasează pe linia ferată cu viteza constantă *v* în direcţia indicată în fig. 1. Oamenii care vor călători în acest tren vor folosi trenul în mod

avantajos ca sistem de referinţă rigid (sistem de coordonate); ei vor raporta orice eveniment la tren. Orice eveniment ce se produce într-un punct al liniei ferate se va produce de asemenea şi într-un punct determinat al trenului. Chiar si definiţia simultaneităţii poate fi dată în raport cu trenul exact la fel ca şi în raport cu terasamentul. Se pune însă în mod natural următoarea întrebare:

Două evenimente (de exemplu, cele două fulgere *A şi* B), care sunt *simultane în raport cu terasamentul,* sunt simultane şi *în raport cu trenul?* Vom arăta de îndată că răspunsul la aceasta trebuie să fie negativ.

Fig. 1.



Atunci când spunem că fulgerele A şi B sunt simultane în raport cu terasamentul, aceasta vrea să însemne: razele de lumină ce pornesc din *A* şi *B* se vor întâlni în punctul median M al segmentului *AB.* Evenimentelor A si B le vor corespunde însă locurile *A* si *B* în tren. Fie M' punctul median al lungimii *AB* a trenului aflat în mişcare. Acest punct M' coincide în momentul fulgerului (considerat din punctul de vedere al terasamentului) cu punctul *M, dar* se mişcă spre dreapta (în fig. 1) cu viteza *v a* trenului. Dacă un observator aflat în tren în punctul M' nu ar poseda această viteză, el ar rămâne mereu în M, şi atunci razele de lumină ce pleacă de la fulgerele din A şi B l-ar atinge în mod simultan, adică s-ar intersecta exact în faţa lui. În realitate

însă (din punctul de vedere al terasamentului), el se deplasează în întâmpinarea razei ce porneşte din B în timp ce se îndepărtează de raza ce porneşte din A. Aşadar, observatorul va vedea mai devreme raza ce porneşte din B decât cea care porneşte din A. Observatorii care vor folosi trenul drept sistem de referinţă vor trebui astfel să ajungă la concluzia că fulgerul B s-a produs mai devreme decât fulgerul A. Ajungem astfel la rezultatul foarte important:

Evenimentele care sunt simultane în raport cu terasamentul nu sunt simultane în raport cu trenul şi invers (relativitatea simultaneităţii). Orice sistem de referinţă (sistem de coordonate) are propriul său timp; o indicare a timpului nu are sens decât atunci când se face în raport cu un corp (sistem) de referinţă determinat.

Înainte de teoria relativităţii, fizica a admis întotdeauna în mod tacit faptul că semnificaţia indicării timpului este absolută, adică independentă de starea de mişcare a sistemului de referinţă. Am văzut însă deja mai sus că această presupunere nu este compatibilă cu definiţia precedentă a simultaneităţii; dacă respingem această ipoteză, atunci conflictul dintre legea propagării luminii în vid şi principiul relativităţii (despre care am vorbit în §7) va dispărea.

La acest conflict conduceau tocmai consideraţiile din §6 care nu mai pot fi menţinute în prezent. Deduceam acolo faptul că un om dintr-un vagon care *într-o secundă* parcurge faţă de acesta o lungime *w* parcurge aceeaşi lungime şi în raport cu terasamentul *într-o secundă,*

întrucât însă, conform consideraţiilor de mai sus, timpul necesar desfăşurării unui proces în raport cu vagonul nu trebuie identificat cu durata aceluiaşi proces raportat la terasament drept sistem de referinţă, nu se mai poate afirma că omul parcurge prin mersul său relativ la vagon lungimea *w* într-un timp care, măsurat în raport cu terasamentul, este egal cu o secundă.

Raţionamentul din §6 se bazează de altfel si pe o altă presupunere, care, în lumina unei consideraţii mai atente, ne apare ca arbitrară, chiar dacă ea a fost admisă întotdeauna (tacit) înainte de formularea teoriei relativităţii.

§10. Despre relativitatea conceptului de distantă spaţială

Să considerăm două locuri determinate ale trenului ce se deplasează cu viteza *v* (de exemplu, mijlocul vagoanelor cu numerele l şi 100) şi să ne întrebăm care e distanta dintre ele. Ştim dinainte că pentru măsurare se utilizează lungimea unui corp de referinţă în raport cu care se va măsura lungimea. Cel mai simplu va fi să folosim trenul însuşi drept corp de referinţă (sistem de coordonate).

Un observator din tren măsoară distanţa aşezând cap la cap de-a lungul podelei vagoanelor în linie dreaptă un etalon de un număr de ori până când va ajunge de la un punct marcat la altul; numărul rezultat va fi distanţa căutată.

Altfel se petrec lucrurile dacă dorim să măsurăm distanţa în raport cu calea ferată. Metoda pe care o vom folosi este următoarea.

Notăm cu *A'* şi *B'* cele două puncte ale trenului a căror distanţă reciprocă vrem s-o măsurăm; ele se mişcă cu viteza *v* de-a lungul terasamentului căii ferate. Ne întrebăm mai întâi asupra punctelor *A* şi *B* de pe calea ferată cu care vor coincide punctele *A'* şi *B'* într-un moment determinat *f,* considerat în raport cu calea ferată. Aceste puncte A şi B ale căii ferate vor fi determinate cu ajutorul definiţiei timpului date în §8. După aceea se va măsura distanţa *AB* aşezând din nou etalonul de lungime de un număr de ori cap la cap de-a lungul căii ferate.

Nu este stabilit *a priori* că această ultimă măsurare va trebui să furnizeze acelaşi rezultat ca primă. Măsurată în raport cu calea ferată, lungimea trenului poate diferi de cea măsurată în raport cu trenul. Această situaţie generează o a doua obiecţie care poate fi adusă împotriva raţionamentelor aparent ireproşabile din §6. În realitate, dacă observatorul din tren parcurge într-un interval de timp - *măsurat în raport cu trenul* - distanţa *w,* această distanţă nu este necesar să fie egală cu *w* - atunci când e măsurată în raport cu calea ferată.

§11. Transformarea Lorentz

Raţionamentele din ultimele trei paragrafe ne arată că incompatibilitatea aparentă a legii propagării luminii cu principiul relativităţii din §7 derivă dintr-o interpretare care împrumută din mecanica clasică două ipoteze prin nimic justificate; aceste ipoteze sună astfel:

1. Intervalul de timp dintre două evenimente este independent de starea de mişcare a

corpului (sistemului) de referinţă;

2. Distanţa spaţială dintre două puncte ale unui corp rigid este independentă de starea de mişcare a corpului (sistemului) de referinţă.

Dacă vom părăsi aceste două ipoteze, va dispărea şi dilema din §7, deoarece teorema compunerii vitezelor derivată în §6 îşi va pierde valabilitatea.

Va apărea posibilitatea ca legea propagării luminii în vid să devină compatibilă cu principiul relativităţii. Vom reveni asupra problemei: cum vor trebui modificate consideraţiile din §6 pentru a înlătura contradicţia aparentă dintre aceste două rezultate fundamentale ale experienţei? Această întrebare conduce la una mai generală, în consideraţiile din §6 apăreau poziţii şi timpuri în raport cu trenul şi în raport cu terasamentul. Cum se pot găsi poziţia şi timpul unui eveniment în raport cu trenul atunci când se cunosc poziţia si timpul evenimentului în raport cu calea ferată? Există oare un asemenea răspuns la această întrebare, astfel încât legea de propagare a luminii în vid să nu fie în contradicţie cu principiul relativităţii? In alţi termeni: s-ar putea imagina o relaţie între poziţia si timpul unui eveniment în raport cu două sisteme de referinţă astfel încât orice rază de lumină să posede aceeaşi viteză de propagare *c* în raport cu calea ferată şi în raport cu trenul? La această întrebare se poate răspunde cu toată certitudinea afirmativ; se poate găsi o lege de transformare, absolut precisă, care să permită evaluarea dimensiunilor spaţio-temporale ale unui eveniment atunci când se trece de la un sistem

de referinţă la altul, înainte de a ne referi la asta, vom face următoarele consideraţii intermediare. Până acum am considerat numai evenimente care se produc de-a lungul căii ferate, căreia i se atribuie, din punct de vedere matematic, proprietăţile unei linii drepte.

Ne putem însă imagina un sistem de referinţă ca cel prezentat în §2, prelungit lateral si în înălţime în aşa fel încât ar permite localizarea în raport cu el a unui fenomen ce se petrece, în mod analog, ne putem imagina că trenul ce se deplasează cu o viteză *v* este întins în tot spaţiul, astfel încât orice fenomen, oricât de îndepărtat, să poată fi localizat şi în raport cu acest al doilea sistem. Am putea, fără a comite o eroare principială, să nu ţinem seama de faptul că aceste două sisteme, datorită impenetrabilităţii corpurilor solide, vor trebui să se distrugă mereu. In fiecare din aceste sisteme să ne imaginăm trei planuri rectangulare desemnate prin expresia *planuri de coordonate* („sisteme de coordonate"). Căii ferate îi va corespunde atunci sistemul de coordonate *K, iar* trenului sistemul *K'.*

Un fenomen oarecare va fi determinat spaţial în raport cu *K* prin trei perpendiculare *x, y, z* coborâte pe planurile de coordonate, iar temporal printr-o valoare a timpului *t. Acelaşi* eveniment va fi determinat spaţial si temporal în raport cu *K'* respectiv prin valorile *x', y', z', t',* care, fireşte, nu vor corespunde cu *x, y, z, t.* Am expus deja mai sus în detaliu modul în care trebuie considerate aceste mărimi ca rezultate ale unor măsurări fizice.

Într-o formulare exactă, problema noastră sună în felul următor. Cât de mari sunt valorile *x′, y′, z′, t′* ale unui eveniment în raport cu *K′* atunci când sunt date valorile *x, y, z, t* ale aceluiaşi eveniment în raport cu *K?* Relaţiile trebuie astfel alese încât legea de propagare a luminii în vid pentru aceeaşi rază de lumină (oricare ar fi aceasta), în raport cu *K* şi *K′,* să fie verificată. Soluţia acestei probleme este dată de ecuaţiile următoare, cu orientarea spaţială relativă a sistemelor de coordonate indicată de fig. 2.

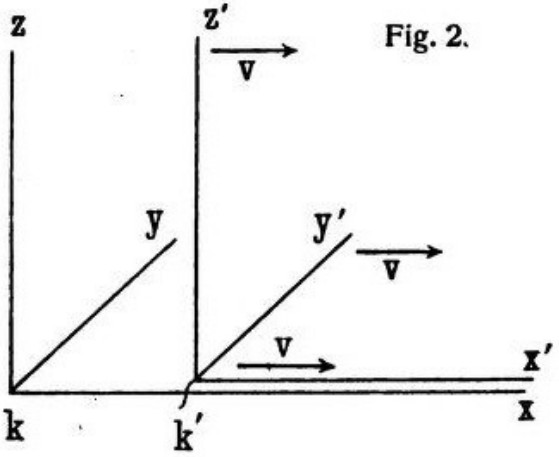


Fig. 2.

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

Acest sistem de ecuaţii este desemnat prin expresia „transformare Lorentz".

Dacă în locul legii propagării luminii vom lua ca bază presupunerea tacită a vechii mecanici asupra caracterului absolut al intervalelor temporale si spaţiale, atunci în locul acestor ecuaţii de transformare vom obţine ecuaţiile:

$x' = x - vt$
$y' = Y$
$z' = z$
$t' = t$

pe care le numim „transformare Galilei". Transformarea Galilei se obţine din transformarea Lorentz dacă vom înlocui în ultima egalitate viteza c a luminii cu o viteză de valoare infinită.

Din exemplul următor se vede uşor cum,

datorită transformării Lorentz, legea de propagare a luminii în vid este respectată atât pentru sistemul de referinţă *K,* cât şi pentru sistemul de referinţă *K′.* Să presupunem că s-a trimis un semnal luminos de-a lungul axei pozitive *x* şi că el se propagă după ecuaţia

$$x = ct$$

deci cu viteza *c.* Conform ecuaţiilor transformării Lorentz, această relaţie simplă între *x* şi *t* determină o relaţie între *x′* si *t′.* Dacă vom introduce valoarea *ct* a lui x în prima şi a patra ecuaţie a transformării Lorentz, se va obţine

$$x' = \frac{(c - v)\,t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

de unde se deduce imediat prin împărţire

$$x' = ct'.$$

Această ecuaţie defineşte propagarea luminii în raport cu sistemul *K′.* Rezultă deci că viteza de propagare a luminii în raport cu sistemul de referinţă *K′* este de asemenea egală cu *c.* Analog se întâmplă cu razele de lumină ce se propagă în oricare altă direcţie. Aceasta nu este de mirare, întrucât ecuaţiile transformării Lorentz au fost

derivate în conformitate cu acest punct de vedere.

§12. Comportamentul riglelor şi ceasornicelor în mişcare

Să aşezăm o riglă de l m pe axa *x'* a sistemului *K'* în aşa fel încât una din extremităţile ei să coincidă cu punctul *x' = 0,* cealaltă aflându-se în punctul *x' = 1.* Care este lungimea acestui metru în raport cu sistemul *K*? Pentru a afla acest lucru ne va fi suficient să determinăm poziţia celor două extremităţi într-un moment determinat *t* în raport cu sistemul *K.* Prima egalitate din transformarea

Lorentz ne dă pentru *t = 0* următoarele valori pentru cele două puncte:

$$x\ (\text{începutul metrului}) = 0 * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$x\ (\text{sfârşitul metrului}) = 1 * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

de unde rezultă că distanţa dintre puncte este egală cu $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

Dar, în raport cu *K, rigla* de l m se mişcă cu viteza *v.* De aici rezultă că lungimea riglei rigide, aflată în mişcare cu viteza *v* în sensul lungimii ei,

va avea dimensiunea $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Rigla rigidă aflată în mişcare este astfel mai scurtă decât aceeaşi riglă aflată în stare de repaus, si anume cu atât mai scurtă cu cât ea se mişcă mai repede.

Pentru viteza *v = c,* $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=0$, iar pentru viteze şi mai mari rădăcina va deveni imaginară. De aici vom deduce că în teoria relativităţii viteza *c* joacă rolul unei viteze-limită ce nu poate fi atinsă sau depăşită de nici un corp real.

Acest rol al vitezei *c* ca viteză-limită decurge deja din înseşi ecuaţiile transformării Lorentz. Acestea ar deveni un nonsens dacă *v* ar fi ales mai mare decât *c.*

Dacă am fi considerat, invers, o riglă de l m pe axa x şi imobilă în raport cu *K,* am fi găsit că lungimea sa în raport cu *K'* are valoarea aceasta $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$; coincide cu sensul principiului relativităţii pe care l-am aşezat la baza acestor consideraţii.

Este *a priori* evident că, din ecuaţiile transformării, putem afla ceva despre comportamentul fizic al etaloanelor de măsură si al ceasornicelor, deoarece mărimile *x, y, z, t* nu sunt altceva decât rezultatele măsurării obţinute cu etaloane si ceasornice.

Dacă am fi utilizat transformarea Galilei, n-am fi obţinut o scurtare a riglei ca urmare a mişcării.

Să considerăm acum un ceasornic cu secundar care se află în x' = 0 imobil în raport cu *K'.* Cele

două timpuri t' = 0 *si* t' = l reprezintă două bătăi succesive ale acestui orologiu. Prima şi cea de-a patra egalitate a transformării Lorentz ne vor da pentru aceste două bătăi.

$$t \quad \overset{i=0}{=} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Din punctul de vedere al lui *K,* ceasornicul se mişcă cu viteza *v;* în raport cu acest sistem de referinţă, între cele două bătăi nu se scurge l secundă, ci $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ secunde, cu alte cuvinte un interval mai mare de timp radicalul devine imaginar. Ceasornicul merge, ca urmare a mişcării lui, mai încet decât în starea de repaus. Şi aici *c* joacă rolul unei viteze-limită inaccesibile.

§13. Teorema de compunere a vitezelor.

Experienţa lui Fizeau întrucât în practică nu putem deplasa etaloane de lungime şi ceasornice decât cu viteze mici în raport cu viteza *c* a luminii, rezultatele paragrafelor anterioare nu pot fi comparate direct cu realitatea. Dar cum, pe de altă parte, acestea pot să-i pară cititorului absolut ciudate, vom deduce din teorie o altă consecinţă care poate fi derivată uşor pornind de la cele spuse până acum şi care va fi confirmată strălucit prin experiment.

În §6 am derivat teorema de compunere a vitezelor orientate în aceeaşi direcţie în conformitate cu ipotezele mecanicii clasice.

Aceasta poate fi obţinută uşor şi din transformarea Galilei (§11).

În locul călătorului din vagon, vom introduce un punct care se mişcă în raport cu sistemul de coordonate *K'* după ecuaţia

$$x' = wt'.$$

Din prima si din a patra ecuaţie a transformării Galilei putem exprima pe *x'* si *t'* prin *x si t* obţinând

$$x = (v + w)t.$$

Această ecuaţie nu exprimă decât legea de mişcare a punctului în raport cu sistemul *K* (a omului faţă de terasamentul căii ferate); vom desemna viteza acestui punct prin W, obţinând, ca în §6:

$$W = v + w.$$

Putem să facem un raţionament analog bazându-ne pe teoria relativităţii. E suficient să înlocuim în ecuaţia

$$x' = wt'$$

x' şi t' prin *x si t* folosind prima şi a patra ecuaţie a transformării Lorentz. Se va obţine atunci în locul ecuaţiei (A) ecuaţia:

$$W = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$$

care corespunde teoremei de compunere a vitezelor orientate în aceeaşi direcţie, conform teoriei relativităţii. Problema este acum care dintre aceste două teoreme e confirmată de experienţă. Aici putem învăţa ceva dintr-un experiment extrem de important pe care genialul fizician Fizeau l-a făcut cu peste o

jumătate de secol în urmă şi care de atunci a fost repetat de unii dintre cei mai buni fizicieni experimentatori, astfel încât rezultatul său este indubitabil. Experimentul se referă la următoarea problemă: într-un fluid imobil lumina se propagă cu o viteză determinată *w.* Cât de repede se propagă ea, în direcţia săgeţii, într-o conductă *R,* dacă prin aceasta trece fluidul respectiv cu viteza *v?*

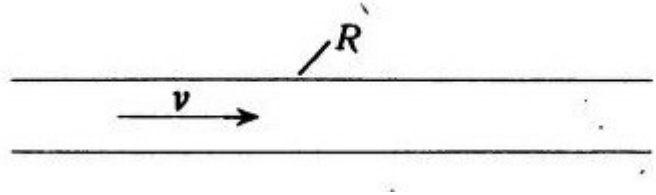


Fig.3

Va trebui să presupunem, în sensul principiului relativităţii, că lumina se propagă întotdeauna cu aceeaşi viteză *w în raport cu fluidul,* indiferent dacă fluidul se află în mişcare sau nu în raport cu alte corpuri. Cunoscând deci viteza luminii în raport cu fluidul şi viteza acestuia în raport cu conducta, vom căuta să determinăm viteza luminii în raport cu conducta.

Este clar că aici problema cu care avem de-a face este cea din §6. Conducta joacă rolul terasamentului, respectiv al sistemului de coordonate *K,* fluidul jucând rolul vagonului, adică al sistemului de coordonate *K′,* iar lumina pe acela al călătorului care se deplasează în vagon, altfel spus, al punctului în mişcare la care ne-am referit în acest paragraf. Dacă vom desemna prin *W* viteza luminii în raport cu conducta, atunci aceasta ar fi dată fie de ecuaţia

(A), fie de ecuaţia (B), după cum realităţii îi corespunde fie transformarea Galilei, fie transformarea Lorentz.

Experienţa[8] decide în favoarea ecuaţiei (B), derivată din teoria relativităţii, si anume într-o manieră foarte exactă. Influenţa vitezei curentului *v* asupra propagării luminii este reprezentată cu o aproximaţie superioară lui 1%, prin formula (B), după cele mai recente experienţe extrem de valoroase ale lui Zeeman.

Este necesar însă să relevăm faptul că, mult înainte de apariţia teoriei relativităţii, H.A. Lorentz a explicat teoretic acest fenomen pe o cale pur electrodinamica, folosind anumite ipoteze asupra structurii electromagnetice a materiei. Dar aceasta nu diminuează cu nimic forţa demonstrativă a experimentului, ca *experimentum cruciş,* în favoarea teoriei relativităţii. Deoarece electrodinamica Maxwell-Lorentz, pe care se întemeia explicaţia teoretică originară, nu se află în contradicţie cu teoria relativităţii. Ultima, dimpotrivă, a rezultat din electrodinamica, reprezentând un rezumat surprinzător de simplu şi o generalizare *a* unor ipoteze mai înainte reciproc independente pe care se întemeia electrodinamica.

---

[8]Fizeau a găsit $W = w + v(1- 1/n^2)$, unde $n=c/w$ reprezintă indicele de refracţie al fluidului. Pe de altă parte, cum vw/c^2 este mic în raport cu l, vom putea înlocui (B) prin $W = (w + v)(1- vw/c^2)$ sau din nou, cu aceeaşi aproximaţie, prin $w + v(1-1/n^2)$, ceea ce concordă cu rezultatul lui Fizeau.

§14. Valoarea euristică a teoriei relativităţii

Calea raţionamentelor expuse până acum poate fi rezumată astfel. Experienţa a condus la convingerea că, pe de o parte, principiul relativităţii (în sens restrâns) e valid si, pe de altă parte, viteza de propagare a luminii în vid este egală cu o constantă *c.* Prin unificarea acestor două postulate s-a ajuns la legea de transformare pentru coordonate rectangulare *x, y,* z şi timpul *t* ale evenimentelor ce compun procesele naturale şi s-a obţinut nu transformarea Galilei, ci (contrar mecanicii clasice) transformarea Lorentz.

In această succesiune de idei, legea propagării luminii a jucat un rol important, recunoaşterea ei fiind justificată de ceea ce cunoaştem realmente.

Putem însă, după ce ne aflăm în posesia transformării Lorentz, s-o unificăm cu principiul relativităţii şi să rezumăm astfel teoria relativităţii prin enunţul:

Orice lege generală a naturii trebuie să fie de aşa natură încât ea să se transforme într-o lege de exact aceeaşi formă, atunci când în locul variabilelor spaţio-temporale *x, y, z, t,* ale sistemului de coordonate originar *K* sunt introduse noi variabile spaţio-temporale *x′, y′, z′, i′* ale unui sistem de coordonate *K′,* relaţia matematică între cele două mulţimi de variabile fiind dată de transformarea Lorentz. Pe scurt: legile generale ale naturii sunt covariante în raport cu transformarea Lorentz.

Aceasta este o condiţie matematică precisă pe

care teoria relativităţii o impune unei legi a naturii; ea devine astfel un preţios mijloc euristic care ne ajută în descoperirea legilor generale ale naturii. Dacă s-ar găsi o lege generală care n-ar îndeplini această condiţie, atunci cel puţin una dintre presupunerile de bază ale teoriei ar fi contrazisă.

Să examinăm acum la ce rezultate s-a ajuns până în prezent.

§15. Rezultatele generale ale teoriei

Din consideraţiile prezentate până acum rezultă clar că teoria relativităţii (speciale) a apărut din electrodinamică şi optică, în aceste domenii ea nu a modificat cu mult enunţurile teoriei, dar a simplificat în mod semnificativ construcţia teoretică, adică derivarea legilor şi - ceea ce este incomparabil mai important - a diminuat considerabil numărul de ipoteze reciproc independente pe care se *bazează* teoria. Ea a conferit teoriei Maxwell-Lorentz un asemenea grad de evidenţă încât aceasta era aplicată cu precădere de către fizicieni chiar şi atunci când experimentul nu pleda prea convingător în favoarea sa.

Mecanica clasică a avut nevoie mai întâi de o modificare pentru a fi în acord cu exigenţele teoriei relativităţii. Această modificare se referă în esenţă doar la legile mişcărilor cu viteze mari, la care vitezele v ale materiei nu sunt prea mici în comparaţie cu viteza luminii. Experienţa semnalează asemenea viteze mari doar la electroni şi ioni; la alte mişcări, abaterile de la legile mecanicii clasice sunt atât de mici încât

practic sunt neobservabile. La mişcarea aştrilor ne vom referi doar în cadrul teoriei generale a relativităţii.

Conform teoriei relativităţii, energia cinetică a unui punct material de masă *m* nu va mai fi dată prin expresia cunoscută $mv^2/2$ ci prin expresia

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Această expresie devine infinită atunci când viteza *v* se apropie de viteza *c* a luminii. De aceea trebuie ca viteza să rămână întotdeauna inferioară lui *c,* oricât de mari ar fi energiile pe care le-am pune în joc pentru accelerarea corpurilor. Dacă vom dezvolta în serie expresia energiei cinetice, atunci vom obţine

$$mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \ldots$$

Atunci când $\frac{v^2v^2}{c^2c^2}$ este mic în raport cu 1, al treilea termen al expresiei e întotdeauna mic în raport cu al doilea, singurul considerat în mecanica clasică. Primul termen, mc^2, nu conţine viteza şi de el nu se ţine seama atunci când e vorba de a determina modul în care energia unui punct material depinde de viteză. La importanţa lui principială ne vom referi mai târziu.

Rezultatul cel mai important de natură generală la care a condus teoria specială a relativităţii se referă la conceptul de masă. Fizica prerelativistă cunoaşte două legi de conservare cu o semnificaţie fundamentală, şi anume,

principiul conservării energiei si principiul conservării masei; aceste două principii fundamentale apar ca fiind complet independente unul de altul. Teoria relativităţii le unifică într-un singur principiu. Vom expune doar pe scurt cum se ajunge la acest rezultat şi cum trebuie el înţeles.

Principiul relativităţii cere ca principiul conservării energiei să nu fie valabil doar în raport cu un sistem de coordonate *K,* ci şi în raport cu orice alt sistem de coordonate *K',* care se află în raport cu *K* într-o translaţie uniformă (pe scurt, în raport cu orice sistem de coordonate galilean). Trecerea de la un asemenea sistem la altul va fi descrisă, în opoziţie cu mecanica clasică, de transformarea Lorentz.

Din aceste premise şi din ecuaţiile fundamentale ale electrodinamicii lui Maxwell se poate deduce prin consideraţii relativ simple următoarea concluzie: un corp mobil cu o viteză *v,* care primeşte energie E_0 sub formă de radiaţie[9], fără a-şi modifica astfel viteza, suferă o creştere a energiei egală cu

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Asadar, dacă vom lua în consideraţie expresia

[9] E_0 reprezintă energia primită, considerată în raport cu un sistem de coordonate care se mişcă odată cu corpul.

menţionată mai sus a energiei cinetice, energia căutată a corpului va fi dată de formula

$$\frac{(m+\frac{E_0}{c^2})c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Corpul are deci aceeaşi energie ca un corp mobil cu viteza *v* şi cu masa $m+\frac{E_0}{c^2}m+\frac{E_0}{c^2}$. Putem astfel spune: dacă un corp primeşte o energie E_0, masa sa inerţială va creşte cu $\frac{E_0 E_0}{c^2 c^2}$; masa inerţială a unui corp nu mai este constantă, ci ea variază proporţional cu modificarea energiei. Masa inerţială a unui sistem de corpuri poate fi deci considerată direct ca măsură pentru energia sa. Principiul conservării masei unui sistem se suprapune cu principiul conservării energiei, fiind valabil numai în măsura în care sistemul nu primeşte sau nu cedează energie. Dacă vom scrie expresia energiei sub forma

$$\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

atunci putem observa că expresia mc^2, pe care am remarcat-o deja anterior, nu este altceva decât energia pe care o posedă corpul[10] înainte de a fi primit energia E_0.

[10]Considerat în raport cu un sistem de coordonate care se mişcă odată cu el

Compararea directă a acestui principiu cu experienţa este imposibilă pentru moment, deoarece variaţiile de energie E_0 pe care le putem imprima unui sistem nu sunt suficient de mari pentru a putea modifica masa inerţială într-o măsură observabilă.

Cantitatea $\frac{E_0^2 E_0^2}{c^2 \; c^2}$ este prea mică în raport cu masa *m* pe care o avea corpul înainte de a fi suferit o modificare de energie. Pe aceasta se bazează faptul că se poate formula cu succes principiul conservării masei cu validitate independentă.

Încă o ultimă observaţie de natură principială.

Succesul interpretării Faraday-Maxwell a acţiunii electromagnetice la distanţă prin procese intermediare cu viteză de propagare finită a determinat convingerea că nu există acţiuni la distanţă nemijlocite, instantanee, de tipul legii gravitaţiei a lui

Newton. Teoria relativităţii a înlocuit acţiunea instantanee la distanţă, adică acţiunea la distanţă cu o viteză de propagare infinită, printr-o acţiune la distanţă cu viteza luminii. Acest fapt se corelează cu rolul principial pe care viteza *c* îl are în această teorie, în cea de-a doua parte se va arăta cum trebuie modificat acest rezultat în teoria generală a relativităţii.

§16. Teoria specială a relativităţii si experienţa

La întrebarea în ce măsură teoria specială a relativităţii este întemeiată pe experienţă, nu este simplu de răspuns dintr-un motiv care a fost

amintit deja în legătură cu experienţa fundamentală a lui Fizeau. Teoria specială a relativităţii s-a cristalizat pornind de la teoria Maxwell-Lorentz a fenomenelor electromagnetice. Astfel, toate experienţele care susţin acea teorie electromagnetică susţin si teoria relativităţii. Semnalez aici ca deosebit de important faptul că teoria relativităţii explică într-un mod extrem de simplu, în concordanţă cu experienţa, influenţele pe care mişcarea relativă a Pământului în raport cu stelele fixe le exercită asupra luminii care ne vine de la acestea. Acestea sunt deplasarea anuală a poziţiei aparente a stelelor fixe ca urmare a mişcării Pământului în jurul Soarelui (aberaţia) şi influenţa componentei radiale a mişcării relative a stelelor fixe în raport cu Pământul asupra culorii luminii care ajunge până la noi; ultima influenţă se exprimă într-o uşoară deplasare a liniilor spectrului determinat de lumina care vine de la aceste stele fixe, în raport cu spectrul dat de o sursă de lumină terestră (efectul Doppler). Argumentele experimentale în favoarea teoriei Maxwell-Lorentz, care reprezintă în acelaşi timp şi argumente pentru teoria relativităţii, sunt prea numeroase pentru a fi expuse aici. Ele restrâng realmente posibilităţile teoretice, astfel încât nici o altă teorie decât teoria Maxwell-Lorentz n-ar putea rezista probei experienţei.

Există însă două clase de fapte experimentale descoperite până în prezent pe care teoria Maxwell-Lorentz nu le poate explica decât recurgând la o ipoteză auxiliară care pare, în sine, stranie - dacă nu se recurge la teoria

relativităţii.

Este cunoscut faptul că razele catodice şi aşa-numitele raze *p* emise de substanţele radioactive sunt compuse din corpusculi electrici negativi (electroni) cu o inerţie foarte mică si cu viteză foarte mare. Se poate determina foarte exact legea de mişcare a acestor corpusculi, studiind devierea acestor raze sub influenţa câmpurilor electrice si magnetice.

In studiul teoretic al electronilor s-a întâmpinat o dificultate legată de faptul că electrodinamica nu poate, singură, să dea seama de natura lor. Întrucât masele electrice de acelaşi semn se resping, masele negative ce constituie electronii ar trebui să se separe sub influenţa interacţiunii lor reciproce, dacă între ele n-ar acţiona alte forţe a căror natură ne este până în prezent neclară.[11] Dacă se va admite că distanţele relative ale maselor electrice ce constituie un electron rămân invariabile în ciuda mişcării acestuia (legătura rigidă în sensul mecanicii clasice), atunci se ajunge la o lege de mişcare a electronului care nu corespunde experienţei. Ghidat de consideraţii pur formale, H.A. Lorentz a introdus primul ipoteza după care corpurile electronilor în mişcare suferă o contradicţie pe direcţia de mişcare proporţională cu

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Această ipoteză, care nu se poate justifica prin

[11]Teoria generală a relativităţii sugerează că masele electrice care alcătuiesc un electron sunt menţinute împreună prin forţele gravitaţionale.

nimic în electrodinamica, oferă acea lege de mişcare pe care experienţa a verificat-o în anii din urmă cu o precizie foarte mare.

Teoria relativităţii oferă aceeaşi lege de mişcare fără a avea nevoie de vreo ipoteză specială asupra structurii şi a comportamentului electronului.

Lucrurile se petrec analog cu cele analizate în §13.

În legătură cu experimentul lui Fizeau, al cărui rezultat a fost facilitat de teoria relativităţii fără să fie nevoie de vreo ipoteză asupra naturii fizice a fluidului.

A doua clasă de fapte la care vom face aluzie aici se referă la întrebarea dacă, prin experienţe făcute pe Pământ, poate fi observată mişcarea acestuia în spaţiul cosmic, încă în §5 s-a făcut menţiunea că toate tentativele de acest fel s-au soldat cu rezultate negative, înainte de formularea teoriei relativităţii, ştiinţa întâmpina dificultăţi în explicarea acestor rezultate. Lucrurile se prezentau astfel:

Prejudecăţile tradiţionale asupra spaţiului si timpului nu îngăduiau nici o îndoială asupra validităţii transformării Galilei pentru trecerea de la un sistem de referinţă la altul. Dacă admitem că ecuaţiile Maxwell-Lorentz sunt valabile pentru un sistem de referinţă *K,* atunci vom găsi că ele nu pot fi valabile pentru un alt sistem de referinţă *K′, aflat* în raport cu primul în mişcare uniformă, presupunând că între coordonatele lui *K* şi *K′* sunt valabile relaţiile din transformarea Galilei. De aici ar rezulta că dintre toate sistemele de coordonate galileene se distinge

unul, *K,* aflat într-o stare de mişcare determinată. Aceasta se interpretează fizic considerând pe IC în repaus în raport cu un ipotetic eter luminos. Dimpotrivă, toate sistemele de coordonate *K'* ce se mişcă în raport cu *K* s-ar afla în mişcare în raport cu eterul. Acestei mişcări a lui K' în raport cu eterul („vântul eteric" în raport cu K') i se atribuiau legi complicate care trebuiau să fie valabile în raport cu *K'.* Şi în raport cu Pământul trebuia admis un asemenea vânt eteric, iar fizicienii au încercat multă vreme să-l pună în evidentă.

Pentru aceasta, Michelson a găsit o cale care părea infailibilă. Să ne imaginăm două oglinzi dispuse pe un corp solid cu feţele reflectante orientate una spre alta. O rază de lumină are nevoie de un interval de timp T bine determinat pentru a parcurge înainte şi înapoi drumul ce separă cele două oglinzi, în cazul în care sistemul este imobil în raport cu eterul luminos. Pentru aceasta se găseşte însă prin calcul un interval de timp T' puţin diferit atunci când corpul si oglinzile se află în mişcare în raport cu eterul. Mai mult, calculul arată că acest interval de timp *T* diferă în cazul în care corpul se deplasează perpendicular pe planul oglinzilor faţă de cazul în care se deplasează paralel cu acesta, cu o viteză *v* în raport cu eterul. Oricât de neînsemnată ar fi diferenţa astfel calculată dintre cele două intervale de timp, Michelson şi Morley au realizat un experiment de interferenţă care ar fi scos clar în evidenţă această diferenţă.

Dar, spre marea consternare a fizicienilor, experimentul a condus la un rezultat negativ.

Lorentz si Fitzgerald au scos teoria din această dificultate admiţând că mişcarea corpurilor în raport cu eterul produce o contracţie a acestora pe direcţia mişcării, contracţie care ar reprezenta *cauza* pentru dispariţia acestei diferenţe de timp. O comparaţie cu cele expuse în §12 ne arată că această soluţie a fost corectă si din punctul de vedere al teoriei relativităţii. Dar teoria relativităţii dă o altă reprezentare a lucrurilor, mult mai satisfăcătoare. După ea, nu există nici un sistem de referinţă preferenţial, care să ofere ocazia introducerii ideii de eter; prin urmare, nu se admite nici vântul eteric şi nici un experiment care l-ar putea pune în evidenţă. Contracţia corpurilor în mişcare decurge aici, fără vreo ipoteză specială, din cele două principii fundamentale ale teoriei; şi, fără îndoială, nu mişcarea în sine (care pentru noi n-are nici un sens) este cea care determină această contracţie, ci mişcarea în raport cu sistemul de referinţă dinainte ales. De aceea, ansamblul celor două oglinzi din experienţa lui Michelson şi Morley nu este scurtat pentru un sistem de referinţă solidar cu Pământul, ci pentru un sistem de referinţă imobil în raport cu Soarele.

§17. Spaţiul cvadridimensional al lui Minkowski

Ori de câte ori aud de „cvadridimensional" matematicienii sunt scuturaţi de un frison mistic, stare care seamănă mult cu cea provocată de o fantomă în teatru. Şi totuşi, nici un enunţ nu este mai banal decât cel care afirmă că lumea

noastră obişnuită este un continuu spaţio-temporal cvadridimensional.

Spaţiul este un continuu tridimensional. Aceasta înseamnă că este posibil să se descrie poziţia unui punct (imobil) prin trei numere (coordonate)/ *x, y, z* şi că pentru fiecare punct există puncte oricât de „învecinate" a căror poziţie poate fi determinată prin valori ale coordonatelor (coordonate) x_1 y_1, z_1 oricât de apropiate de coordonatele *x, y, z* ale primului punct considerat. Din cauza ultimei proprietăţi vorbim de „continuu", iar din cauza numărului trei al coordonatelor vorbim de „tridimensional".

Analog, lumea fenomenelor fizice, denumită pe scurt de Minkowski „lumea" (universul), este în mod natural cvadridimensională în sens spaţio-temporal. Deoarece ea este compusă dintr-un anumit număr de evenimente izolate, fiecare dintre ele fiind determinat prin patru numere şi anume trei coordonate de poziţie *x,* y, z şi o coordonată de timp, valoarea timpului *t.* „Lumea" în acest sens este de asemenea un continuu, căci pentru orice eveniment există oricâte evenimente „vecine" (reale sau imaginare), ale căror coordonate x_1, y_1, z_1, t_1 se deosebesc oricât de puţin de cele ale acelui eveniment. Faptul că noi nu suntem obişnuiţi să concepem lumea în acest sens ca un continuu cvadridimensional se *bazează* pe împrejurarea că în fizica prerelativistă timpul juca un rol diferit, independent de cel al coordonatelor spaţiale. De aceea ne-am obişnuit să tratăm timpul drept un continuu independent. De fapt, în fizica clasică, timpul este o mărime absolută,

adică independentă de *situaţia* şi de *starea de mişcare* a sistemului de referinţă.

Aceasta se exprimă prin ultima ecuaţie a transformării Galilei (t' = t).

Prin teoria relativităţii se oferă modul de tratare cvadridimensională a lumii, deoarece conform acestei teorii timpului i se răpeşte independenţa, aşa cum ne arată a patra ecuaţie a transformării

Lorentz:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Conform acestei ecuaţii, diferenţa temporală Δt' a două evenimente în raport cu *K'* în general nu se anulează dacă diferenţa temporală Δt a aceloraşi se anulează în raport cu *K.* Distanţa pur spaţială a două evenimente în raport cu *K* are drept consecinţă o distanţă temporală a acestora în raport cu *K'.* Dar nu în aceasta constă importanta descoperire a lui Minkowski pentru dezvoltarea formală a teoriei relativităţii. Ea constă mai degrabă în ideea după care conţinutul cvadridimensional spaţio-temporal al teoriei relativităţii manifestă în trăsăturile lui formale fundamentale o adâncă înrudire cu conţinutul tridimensional al geometriei euclidiene. Pentru a evidenţia această înrudire, trebuie să se introducă în locul coordonatei obişnuite *t* a timpului mărimea proporţională cu ea si imaginară $\sqrt{-1}\sqrt{-1}ct$. Atunci însă legile

naturii care satisfac exigenţele teoriei speciale a relativităţii iau forme matematice în care coordonatele temporale joacă exact acelaşi rol cu cel al celor trei coordonate spaţiale. Aceste patru coordonate corespund formal înru totul celor trei coordonate spaţiale ale geometriei euclidiene. Prin această idee pur formală, aşa cum trebuie să-i apară şi nematematicianului, teoria câştigă extraordinar de mult în claritate.

Aceste indicaţii sumare nu-i oferă cititorului decât o idee vagă asupra conceptului important al lui

Minkowski, fără de care teoria generală a relativităţii - care, în liniile ei principale, va fi expusă în continuare - ar fi rămas poate pentru totdeauna în stare incipientă. Totuşi, deoarece înţelegerea ideilor fundamentale ale teoriei speciale a relativităţii şi ale teoriei generale a relativităţii nu reclamă în mod necesar aprofundarea acestui subiect, greu accesibil pentru un cititor nefamiliarizat cu matematica, îl vom părăsi, urmând a reveni asupra lui de-abia în ultimele expuneri ale acestei cărţi.

Partea a doua - DESPRE TEORIA GENERALĂ A RELATIVITĂŢII

§18. Principiul special si cel general al relativităţii

Teza fundamentală în jurul căreia se centrează toate consideraţiile de până acum a fost *principiul special al relativităţii,* adică principiul relativităţii fizice a tuturor mişcărilor *uniforme.* Să-i analizăm încă o dată exact conţinutul!

Dintotdeauna a părut evident că nici o mişcare nu ar putea fi considerată, conform cu însuşi conceptul său, decât ca o mişcare *relativă.* Să considerăm astfel din nou exemplul, utilizat de mai multe ori, cu calea ferată şi vagonul. Am putea descrie această mişcare la fel de bine în următoarele două forme:

a) Vagonul se mişcă în raport cu calea ferată.

b) Calea ferată se mişcă în raport cu vagonul.

În cazul a) pentru acest enunţ serveşte ca sistem de referinţă calea ferată, iar în cazul b), vagonul. Pentru simpla determinare, adică descriere a mişcării, este indiferent, în principiu, la care dintre aceste sisteme de referinţă se raportează mişcarea. Aceasta este, după cum am spus, o evidenţă care nu trebuie confundată cu un enunţ mai cuprinzător, pe care noi l-am numit „principiul relativităţii" şi pe care l-am pus la baza cercetărilor noastre.

Principiul folosit de noi nu afirmă numai faptul că putem să alegem ca sistem de referinţă pentru descrierea mişcării oricărui fenomen la fel de bine atât vagonul, cât şi calea ferată (căci şi acest fapt e evident). Principiul nostru afirmă, în

plus: dacă se formulează legile generale ale naturii, aşa cum rezultă ele din experienţă: a) fie că se alege calea ferată ca sistem de referinţă, b) fie că se alege vagonul ca sistem de referinţă, aceste legi sunt perfect identice în ambele cazuri (de exemplu, legile mecanicii sau legea vitezei propagării luminii în vid). Ne putem exprima şi în felul următor: pentru descrierea *fizică* a proceselor naturale nu poate fi distins nici unul dintre sistemele de referinţă *K* si *K'.* Acest ultim enunţ nu este necesarmente *a priori* adevărat, aşa cum este primul; el nu este conţinut în noţiunile de „mişcare" şi „sistem de referinţă" si nu e derivabil imediat din ele, ci asupra validităţii lui va decide numai *experienţa.*

Până în prezent noi n-am afirmat echivalenţa tuturor sistemelor de referinţă *K* în raport cu formularea legilor naturii. Mai degrabă am folosit o altă cale. Noi am plecat în primul rând de la ipoteza că există un sistem de referinţă K cu o asemenea stare de mişcare încât faţă de el e valabil principiul lui Galilei: un punct material izolat, îndepărtat de toate celelalte corpuri, se mişcă uniform şi rectiliniu. In raport cu *K* (sistem de referinţă galilean) legile naturii trebuie să fie cât mai simple cu putinţă, în afara lui *K* însă, celelalte sisteme de referinţă *K'* vor trebui privilegiate în acest sens şi, pentru formularea legilor naturii, considerate echivalente cu *K* acelea care descriu în raport cu X o mişcare rectilinie şi uniformă, lipsită de rotaţie; toate aceste sisteme de referinţă vor fi considerate sisteme de referinţă galileene. Numai pentru aceste sisteme de referinţă a fost admisă

validitatea principiului relativităţii, nu si pentru altele care efectuează altfel de mişcări. In acest sens vorbim de principiul *special* al relativităţii, respectiv de teoria specială a relativităţii.

În opoziţie cu acestea, prin „principiul general al relativităţii" vom înţelege afirmaţia: toate sistemele de referinţă *K, K'* etc. sunt echivalente pentru descrierea naturii (formularea legilor generale ale naturii), oricare ar fi starea lor de mişcare. Vom observa de îndată că această formulare va fi înlocuită printr-una mai abstractă din motive ce vor apărea doar mai târziu.

După ce s-a confirmat introducerea principiului special al relativităţii, oricărui spirit avid de generalizare trebuie să-i apară atrăgătoare ideea de a îndrăzni să facă pasul spre principiul general al relativităţii. Dar o apreciere simplă, foarte întemeiată în aparenţă, face ca, pentru moment, o asemenea tentativă să pară fără şanse. Cititorul să se imagineze în vagonul, atât de des invocat, care se mişcă uniform. Atâta vreme cât vagonul se mişcă uniform, călătorii nu vor percepe nimic cu privire la mişcarea vagonului. Călătorii şi-ar putea chiar închipui că vagonul este imobil şi că în mişcare se află terasamentul. Potrivit principiului special al relativităţii, această interpretare este de altfel absolut justificată si din punctul de vedere al fizicii.

Să presupunem că, în urma unei frânări bruşte, mişcarea vagonului nu mai este uniformă; călătorul va simţi că e împins violent înainte. Mişcarea accelerată a vagonului se manifestă prin comportamentul mecanic al corpurilor în

raport cu el; comportamentul mecanic nu este acelaşi ca în cazul examinat anterior, şi pare de aceea exclus ca aceleaşi legi mecanice să fie valabile în raport cu vagoanele în mişcare neuniformă ca şi în raport cu vagoanele în repaus sau în mişcare uniformă, în orice caz, este clar că principiul fundamental al lui Galilei nu mai este valabil pentru vagoanele în mişcare neuniformă. Suntem de aceea obligaţi să-i acordăm mişcării neuniforme, în ciuda principiului general al relativităţii, un gen de realitate fizică absolută. Vom vedea însă mai târziu că această concluzie nu e corectă.

§19. Câmpul gravitaţional

La întrebarea „De ce o piatră pe care o ridicăm şi apoi o lăsăm liberă cade la pământ?" se răspunde de obicei: „Deoarece ea este atrasă de pământ."

Fizica modernă formulează răspunsul oarecum diferit, din următorul motiv. Studierea exactă a fenomenelor electromagnetice a condus la concluzia că nu există o acţiune nemijlocită la distantă.

De exemplu, atunci când un magnet atrage o bucată de fier, nu trebuie să ne declarăm mulţumiţi cu ideea că magnetul acţionează direct asupra fierului prin spaţiul vid care le separă, ci trebuie să ne imaginăm mai degrabă, după Faraday, că magnetul creează permanent în spaţiul care-l înconjoară ceva fizic real numit „câmp magnetic". La rândul său, acest câmp magnetic acţionează asupra bucăţii de fier în aşa fel încât aceasta tinde să se deplaseze spre

magnet. Nu vom discuta aici justificarea acestei noţiuni intermediare arbitrare.

Vom observa doar că, datorită ei, fenomenele electromagnetice, în special propagarea undelor electromagnetice, pot fi reprezentate teoretic mult mai satisfăcător decât fără ea. În mod analog se concep şi efectele gravitaţiei.

Pământul acţionează indirect asupra pietrei. El generează în vecinătatea sa un câmp gravitaţional.

Acesta acţionează asupra pietrei şi provoacă mişcarea ei de cădere. Forţa acestei acţiuni asupra unui corp descreşte conform experienţei pe măsură ce ne îndepărtăm de Pământ, după o lege perfect determinată. Potrivit modului nostru de a concepe lucrurile, aceasta vrea să spună: legea care guvernează proprietăţile spaţiale ale câmpului gravitaţional trebuie să fie una precis determinată pentru a reprezenta corect scăderea acţiunii gravitaţiei cu distanţa dintre corpurile care interacţionează. Ne reprezentăm oarecum corpurile (de exemplu, Pământul) generând direct câmpul în vecinătatea lor imediată; la o distanţă mai mare, intensitatea şi direcţia câmpului vor fi determinate de legea care guvernează proprietăţile spaţiale ale câmpului gravitaţional.

Spre deosebire de câmpurile electrice si magnetice, câmpul gravitaţional prezintă o proprietate absolut remarcabilă, care va fi de o importanţă fundamentală pentru cele ce urmează. Corpurile care se mişcă exclusiv sub acţiunea câmpului gravitaţional suferă o acceleraţie ce nu depinde nici de substanţa, nici

de starea lor fizică. O bucată de plumb si una de lemn, în vid, de exemplu, vor cădea la fel de repede în câmpul gravitaţional dacă le vom lăsa să cadă fără, respectiv cu aceeaşi viteză iniţială. Am putea formula şi altfel această lege extrem de precisă, pe baza următoarelor considerente.

După legea de mişcare a lui Newton,

(Forţa) = (Masa inerţială) x (Acceleraţia)

unde „masa inerţială" este o constantă caracteristică a corpurilor accelerate. Dacă se consideră gravitaţia ca forţă de acceleraţie, atunci vom avea, pe de altă parte,

(Forţa) = (Masa grea) x (Intensitatea câmpului gravitaţional),

unde „masa gravitaţională" este, de asemenea, o constanta caracteristică pentru corpuri. Din cele două relaţii decurge:

imensitatea

(Acceleraţia) = [(Masa grea)/(Masa inerţială)]x (Intensitatea câmpului gravitaţional).

Experienţa demonstrează că, pentru un câmp gravitaţional dat, acceleraţia este mereu aceeaşi, fiind independentă de natura şi de starea corpurilor; de aici rezultă că raportul dintre masa grea şi masa inerţială este mereu acelaşi pentru toate corpurile. Am putea deci, alegând convenabil unităţile, să facem acest raport egal cu 1. Atunci e valabilă propoziţia: masa *grea şi* masa *inerţială* ale unui corp sunt identice.

Mecanica de până acum a *înregistrat* această propoziţie importantă, dar n-a interpretat-o. O interpretare satisfăcătoare poate apărea doar dacă se admite că aceeaşi calitate a corpului se

manifestă, după caz, ca „inerţie" sau ca „greutate". Vom expune în capitolul următor în ce măsură acest lucru se petrece realmente si cum se corelează această problemă cu postulatul general al relativităţii.

§20. Identitatea maselor grea si inerţială ca argument pentru postulatul general al relativităţii

Să ne imaginăm o mare porţiune a spaţiului cosmic vid, atât de îndepărtată de aştri şi de orice masă importantă, încât ne încadrăm cu mare precizie în cazul prevăzut pentru legea fundamentală a lui Galilei. Atunci, pentru această porţiune a lumii devine posibil să alegem un sistem de referinţă galilean în raport cu care punctele imobile rămân imobile, iar punctele în mişcare conservă constant o mişcare rectilinie si uniformă. Să ne imaginăm ca sistem de referinţă o imensă cutie de forma unei camere; să presupunem că în interiorul ei se află un observator care dispune de aparate de măsură.

Pentru el, fireşte, nu există greutate. El va trebui să se fixeze pe podea cu sfori pentru ca nu cumva, la cea mai mică ciocnire cu planşeul, să se înalte lent spre plafonul camerei.

Să presupunem că în mijlocul capacului cutiei se găseşte, în afară, un cârlig fixat prin corzi si că cineva trage de el cu o forţă constantă. Cutia şi observatorul încep să zboare în mişcare uniform accelerată în „sus". Viteza lor va creşte fantastic în timp, dacă vom considera acest ansamblu în raport cu un alt corp de referinţă de

care nu se trage cu ajutorul unei corzi.

Cum judecă omul din cutie acest proces? Acceleraţia cutiei va fi transmisă acesteia sub forma contrapresiunii prin intermediul planşeului. El va trebui deci să preia această presiune prin picioarele sale, dacă nu va dori să se întindă pe jos cât este de lung. El stă deci în cutia sa exact la fel cum stă omul în camera unei case. Dacă va lăsa să-i cadă un corp pe care mai înainte îl ţinuse în mână, atunci acceleraţia cutiei nu se va transmite acestui corp, iar corpul se va apropia de planşeul cutiei cu o mişcare relativă accelerată. Observatorul se va convinge apoi că *acceleraţia corpurilor în raport cu planşeul este întotdeauna aceeaşi, oricare ar fi corpul cu care el face experienţa.*

Bazându-se pe cunoştinţele sale asupra câmpului gravitaţional despre care am vorbit în capitolul precedent, observatorul va ajunge la concluzia că se află, împreună cu cutia, într-un câmp gravitaţional constant în timp. O clipă va fi mirat de faptul că această cutie nu cade în câmpul gravitaţional.

După aceea va descoperi cârligul în mijlocul plafonului şi coarda întinsă fixată de el şi va conchide: cutia e suspendată astfel încât rămâne imobilă în câmpul gravitaţional.

Avem dreptul să zâmbim şi să spunem că această concluzie a observatorului e falsă? Cred că nu, dacă vrem să rămânem consecvenţi cu noi înşine; mai mult, va trebui să admitem că modul lui de a concepe lucrurile nu se opune nici raţiunii şi nici legilor mecanice cunoscute. Putem considera cutia imobilă, chiar dacă ea se află în

mişcare accelerată în raport cu „spaţiul galilean" analizat anterior.

Avem astfel un bun temei să extindem principiul relativităţii la sistemele de referinţă aflate în mişcare accelerată unele în raport cu altele, obţinând astfel un argument serios pentru un postulat al relativităţii generalizate.

Trebuie remarcat că posibilitatea acestui mod de a concepe lucrurile se bazează pe proprietatea fundamentală a câmpului gravitaţional de a transmite tuturor corpurilor aceeaşi acceleraţie sau, în mod echivalent, pe legea identităţii dintre masa inerţială şi masa grea. Dacă această lege a naturii n-ar exista, observatorul din cutia în mişcare accelerată n-ar interpreta comportamentul corpurilor din preajma sa prin ipoteza unui câmp gravitaţional, iar experienţa nu i-ar permite să considere sistemul său de referinţă ca fiind „imobil".

Să presupunem că observatorul din cutie fixează pe partea inferioară a plafonului cutiei o coardă, suspendând un corp la extremitatea ei liberă.

Coarda va rămâne întinsă si atârnând „vertical" sub influenţa acestui corp. Să cercetăm cauza tensiunii corzii. Observatorul din cutia sa va spune:

„Corpul suspendat este supus în câmpul gravitaţional unei forţe dirijate în jos care este echilibrată de tensiunea corzii. *Masa grea* a corpului suspendat este aceea care determină mărimea tensiunii corzii."

Pe de altă parte, un observator care pluteşte liber în spaţiu va judeca lucrurile astfel: „Coarda

este antrenată în mişcarea accelerată a cutiei şi o transmite corpului fixat de ea. Tensiunea corzii este atât de mare, încât ea poate să producă acceleraţia corpului. *Masa inerţială* a corpului este aceea care determină tensiunea corzii." Vom vedea din acest exemplu că, generalizând principiul relativităţii, am pus în evidenţă *necesitatea* identităţii dintre masa inerţială şi masa grea. Astfel am ajuns la o interpretare fizică a acestei propoziţii.

Din consideraţiile asupra cutiei în mişcare accelerată se poate observa că teoria generală a relativităţii trebuie să ofere rezultate importante cu privire la legile gravitaţiei. De fapt, dezvoltarea consecventă a ideii relativităţii generale a condus la legile care guvernează câmpul gravitaţional.

Trebuie totuşi să avertizez cititorul asupra unei neînţelegeri ce ar putea rezulta din cele spuse mai sus. Pentru omul din cutie există un câmp gravitaţional, în ciuda faptului că pentru primul sistem de coordonate ales nu a existat unul. S-ar putea deduce uşor că existenţa unui câmp gravitaţional este întotdeauna doar *aparentă.* S-ar putea crede că, oricare ar fi câmpul gravitaţional considerat, ar putea fi ales întotdeauna un alt sistem de referinţă, astfel încât în raport cu el să nu existe nici un câmp gravitaţional. Acesta nu este însă cazul pentru toate câmpurile gravitaţionale, ci numai pentru unele de o structură cu totul specială. E imposibil, de exemplu, să alegem un sistem de referinţă astfel încât, privind lucrurile în raport cu el, câmpul gravitaţional al Pământului să

dispară.

Observăm acum de ce argumentul expus la sfârşitul §18 împotriva principiului general al relativităţii nu este demonstrativ. Este adevărat că observatorul din vagon se va simţi împins înainte în timpul unei frânări bruşte, sesizând astfel viteza neuniformă (accelerată) a vagonului. Dar nimeni nu-l obligă să atribuie acest impuls unei acceleraţii „reale" a vagonului. El ar putea să interpreteze fenomenul şi astfel: „Sistemul meu de referinţă (vagonul) rămâne permanent imobil. Dar în raport cu el acţionează (în timpul frânării) un câmp gravitaţional orientat înainte şi variabil în timp. Sub influenta acestuia terasamentul se mişcă odată cu Pământul, astfel încât viteza iniţială a acestuia, orientată înapoi, descreşte constant.

Aşadar, câmpului gravitaţional i se datorează impulsul primit de observator."

§21. În ce măsură fundamentele mecanicii clasice si ale teoriei speciale a relativităţii sunt nesatisfăcătoare?

După cum am amintit de mai multe ori, mecanica clasică porneşte de la principiul: punctele materiale aflate suficient de departe unele de altele se mişcă rectiliniu şi uniform sau îşi conservă starea de repaus. Am subliniat în repetate rânduri că această lege fundamentală nu poate fi valabilă decât pentru sisteme de referinţă *K* aflate într-o anumită stare de mişcare specială, deplasându-se unele faţă de altele într-o mişcare uniformă de translaţie. Acest principiu nu este valabil în raport cu alte sisteme de

referinţă *K'.* Atât în mecanica clasică, cât şi în teoria specială a relativităţii, se distinge în mod corespunzător între sisteme de referinţă *K,* în raport cu care legile naturii sunt valabile şi sisteme de referinţă *K',* în raport cu care legile naturii nu sunt valabile.

Dar nici un spirit logic nu se poate declara mulţumit de această stare de lucruri. El îşi pune întrebarea: „Cum e posibil ca anumite sisteme de referinţă (respectiv starea lor de mişcare) să se distingă de alte sisteme de referinţă (sau de starea lor de mişcare)? *Care este temeiul acestei distincţii?*" Mă voi servi de o comparaţie pentru a arăta mai clar ce vreau să spun cu această întrebare.

Considerăm un aragaz pe care se află două vase atât de asemănătoare încât pot fi confundate. Ambele sunt pe jumătate umplute cu apă. Remarcăm faptul că dintr-unul din aceste vase se ridică mereu aburi, nu însă şi din celălalt. Ne vom mira, chiar dacă nu am fi văzut niciodată până atunci un aragaz şi un vas pentru fiert apă. Mirarea noastră va dispărea atunci când sub primul vas vom observa licărind ceva albăstriii, iar sub al doilea nu (chiar dacă până atunci n-am văzut o flacără de aragaz).

Vom putea spune doar că acest ceva albăstrui reprezintă cauza degajării vaporilor sau, în orice caz, *ar putea fi* cauza lor. Dacă nu am fi observat acest ceva albăstrui sub nici unul dintre vase si dacă totuşi am fi observat că unul dintre ele degajă continuu vapori, nu însă şi celălalt, am fi rămas miraţi şi nemulţumiţi până când am fi sesizat o situaţie pe care s-o facem

răspunzătoare de comportamentul diferit al celor două vase.

In mod analog, în mecanica clasică (respectiv, în teoria specială a relativităţii) noi căutăm în zadar ceva real prin. care să întemeiem comportamentul diferit al corpurilor în raport cu sistemele de referinţă *K* şi *K'.*[12] Newton cunoştea deja această obiecţie şi a încercat fără succes s-o combată. E. Mach este acela care a recunoscut-o cel mai clar şi a cerut din această cauză ca mecanica clasică să fie întemeiată pe alte baze. Această obiecţie nu poate fi depăşită decât printr-o fizică în conformitate cu principiul general al relativităţii. Deoarece ecuaţiile acestei teorii sunt valabile pentru orice sistem de referinţă, indiferent de starea de mişcare în care s-ar afla.

§22. Unele consecinţe ale principiului general al relativităţii

Consideraţiile din §20 arată că principiul general al relativităţii ne pune în situaţia de a deriva pe o cale pur teoretică proprietăţile câmpului gravitaţional. Să presupunem că se cunoaşte desfăşurarea spaţio-temporală a unui proces natural oarecare, aşa cum se petrece el în domeniul galilean în raport cu un sistem de referinţă galilean *K.* Atunci am putea afla prin operaţii pur teoretice, adică prin simplu calcul, cum se comportă acest fenomen natural

[12]Această obiecţie este în mod special importantă dacă starea de mişcare a sistemului de referinţă este de aşa natură încât pentru menţinerea ei nu este necesară nici o influenţă exterioară, de exemplu în cazul în care sistemul de referinţă se roteşte uniform

cunoscut în raport cu un sistem de referinţă *K'* în mişcare accelerată faţă de *K. Î*ntrucât însă în raport cu acest nou sistem de referinţă *K'* există un câmp gravitaţional, se poate deduce raţional modul în care acest câmp gravitaţional influenţează fenomenul studiat. Astfel noi aflăm, de exemplu, că un corp în mişcare rectilinie uniformă în raport cu *K* (corespunzător principiului lui Galilei) are o mişcare accelerată şi în general curbilinie, în raport cu sistemul de referinţă accelerat *K'* (cutie). Această acceleraţie, respectiv curbură, corespunde influenţei asupra corpului în mişcare a câmpului gravitaţional care se manifestă în raport cu *K'.* Faptul că acest câmp gravitaţional influenţează îh acest mod mişcarea corpurilor e cunoscut, prin urmare observaţia de faţă nu ne-a adus nimic nou în principiu.

Vom obţine însă un rezultat nou de o importanţă fundamentală dacă vom aplica această observaţie la o rază de lumină. Ea se propagă, în raport cu un sistem de referinţă galilean *K,* în linie dreaptă cu viteza *c.* Dar, în raport cu o cutie aflată în mişcare accelerată (sistemul de referinţă *K'),* traiectoria acestei raze de lumină, după cum se poate demonstra uşor, nu mai este o linie dreaptă. De aici trebuie să conchidem că, *în general, în câmpurile gravitaţionale, razele de lumină nu se propagă în linie dreaptă.* Acest rezultat este foarte important din două motive.

In primul rând, el se poate confrunta direct cu realitatea. Dacă un raţionament ne arată că această curbură a razelor de lumină, calculată

după teoria generală a relativităţii, nu este decât foarte mică pentru câmpurile gravitaţionale de care dispunem în experienţa noastră, ea trebuie să atingă 1,7 secunde de arc pentru razele de lumină care se propagă în apropierea Soarelui. De aici trebuie să rezulte că stelele fixe, vizate din apropierea Soarelui, observaţie posibilă în timpul eclipselor totale, ne vor apărea îndepărtate de Soare în raport cu poziţia pe care ele o ocupă pe cer atunci când Soarele se află într-un alt punct al cerului. Verificarea acestei consecinţe este o sarcină de cea mai mare importanţă, a cărei rezolvare viitoare o sperăm din partea astronomilor.[13]

În al doilea rând, această consecinţă ne arată că, în conformitate cu teoria generală a relativităţii, legea adesea enunţată a constanţei vitezei luminii în vid, ce constituie una dintre cele două ipoteze fundamentale ale teoriei speciale a relativităţii, nu poate pretinde o valabilitate nelimitată. O curbură a razelor de lumină se poate produce numai dacă viteza de propagare a luminii diferă de la un loc la altul. Am putea considera că această consecinţă răstoarnă teoria specială a relativităţii si, implicit, teoria relativităţii în genere, în realitate, lucrurile nu stau astfel. Putem conchide doar că teoria specială a relativităţii nu poate pretinde un domeniu de valabilitate nelimitat; rezultatele ei nu sunt valabile decât atunci când se pot

[13]Existenţa devierii luminii prezisă de teorie a fost constatată fotografic cu ocazia eclipsei de soare din 30 mai 1919 de către două expediţii organizate de Royal Society sub conducerea astronomilor Eddington şi Crommelin

neglija influenţele câmpurilor gravitaţionale asupra fenomenelor (de exemplu, asupra luminii).

Deoarece adversarii teoriei relativităţii au afirmat adesea că teoria specială a relativităţii a fost răsturnată de teoria generală a relativităţii, as dori să lămuresc, printr-o comparaţie, cum stau în realitate lucrurile, înainte de apariţia electrodinamicii, legile electrostaticii erau considerate ca legile electricităţii pur si simplu. Astăzi noi ştim că electrostatica nu se poate aplica în mod corect câmpurilor electrice decât în cazul (care nu este niciodată realizat în mod absolut) când masele electrice sunt riguros imobile unele în raport cu altele şi în raport cu sistemul de coordonate. Ecuaţiile de câmp ale lui Maxwell în domeniul electrodinamicii au răsturnat oare electrostatica? Deloc. Electrostatica este considerată drept un caz limită al electrodinamicii; legile acesteia din urmă duc în mod direcţia cele ale electrostaticii în cazul în care câmpurile sunt constante în raport cu timpul. Este cel mai frumos tip de teorie fizică ce deschide calea unei teorii mai generale, în cadrul căreia ea se menţine ca un caz limită.

Am văzut, în exemplul în care se analiza problema propagării luminii, că principiul general al relativităţii ne dă posibilitatea să derivăm pe o cale teoretică influenţa câmpului gravitaţional asupra desfăşurării fenomenelor, atunci când se cunosc deja legile lor în cazul când nu există câmp gravitaţional. Problema cea mai interesantă pe care o rezolvă principiul

relativităţii se referă însă la găsirea legilor de care ascultă însuşi câmpul gravitaţional. Situaţia este următoarea.

Cunoaştem domenii spatio-temporale care, prin alegerea corespunzătoare a sistemului de referinţă, se comportă (aproximativ) „galilean", adică domenii în care câmpurile gravitaţionale lipsesc. Dacă raportăm un asemenea domeniu la un sistem de referinţă oarecare *K'* aflat în mişcare, atunci în raport cu *K'* există un câmp gravitaţional variabil în timp si spaţiu.[14] Caracteristicile acestuia depind în mod natural de felul în care noi alegem mişcarea lui *K'.* Conform teoriei generale a relativităţii, legea generală a câmpului gravitaţional trebuie să fie satisfăcută de toate câmpurile gravitaţionale astfel obţinute. Chiar dacă nu putem produce pe această cale toate câmpurile gravitaţionale, sperăm totuşi să putem deduce din aceste câmpuri gravitaţionale de un tip special legea generală a gravitaţiei. Această speranţă a fost desăvârşit împlinită. Dar, de la conceperea clară a acestui obiectiv până la realizarea lui efectivă, a trebuit să fie surmontată încă o dificultate serioasă, pe care n-o pot ascunde cititorului, deoarece ea este adânc înrădăcinată în natura acestei situaţii. Mai întâi să aprofundam însă proprietăţile continuului spaţiu-timp.

§23. Comportamentul ceasornicelor şi etaloanelor de lungime într-un sistem de referinţă în mişcare de rotaţie

[14]Aceasta rezultă dintr-o generalizare a raţionamentului făcut în §20

Până acum, în mod intenţionat n-am vorbit despre interpretarea fizică a indicaţiilor de timp si spaţiu în cazul teoriei generale a relativităţii. M-am făcut prin aceasta vinovat de o anumită incorectitudine care nu este nici scuzabilă, nici lipsită de importanţă, după cum ştim din teoria specială a relativităţii. Este timpul să umplem acest gol; vom observa însă de la început că înţelegerea acestei probleme necesită din partea cititorului multă răbdare şi putere de abstracţie.

Să considerăm din nou cazuri cu torul speciale la care am apelat de atâtea ori. Fie un domeniu spaţio-temporal în care nu există câmp gravitaţional în raport cu un sistem de referinţă *K* aflat într-o stare de mişcare convenabil aleasă; în raport cu acest domeniu, *K* este atunci un sistem de referinţă galilean şi rezultatele teoriei speciale a relativităţii sunt valabile în raport cu *K.* Să ne imaginăm acelaşi domeniu în raport cu un al doilea sistem de referinţă *K′,* care se roteşte uniform faţă de *K.* Pentru fixarea ideilor, să ne imaginăm că *K′* este reprezentat de un disc plat care se roteşte uniform în jurul centrului în planul său. Un observator situat excentric pe acest disc *K′* este supus unei forţe ce acţionează pe direcţia radială spre exterior, forţă atribuită efectului inerţiei (forţă centrifugă) de către un observator imobil în raport cu primul sistem. Observatorul aşezat pe disc ar putea considera discul său un sistem de referinţă „imobil" având drept justificare principiul general al relativităţii.

El va concepe forţa ce acţionează asupra sa şi, în general, asupra tuturor corpurilor imobile în raport cu discul ca datorată unui câmp

gravitaţional. Fără îndoială, distribuţia în spaţiu a acestui câmp gravitaţional este una care ar fi imposibilă din punctul de vedere al teoriei newtoniene a gravitaţiei.[15]

Întrucât însă observatorul crede în teoria generală a relativităţii, acest fapt nu-l deranjează; el speră, pe bună dreptate, că s-ar putea formula o lege generală a gravitaţiei care să explice corect nu numai mişcarea aştrilor, ci si câmpul de forţe pe care-l percepe el pe disc.

Acest observator face experienţe pe discul său cu ceasornice şi etaloane de lungime, cu intenţia de a ajunge pe baza observaţiilor la definiţii exacte pentru indicaţiile de timp şi spaţiu în raport cu discul *K'.* Ce-i vor arăta aceste experienţe?

Să presupunem două ceasornice identice fixate de observator, unul în centrul discului si altul la periferia acestuia, astfel încât ambele să rămână imobile în raport cu discul. Ne întrebăm dacă aceste două ceasornice merg la fel de repede din punctul de vedere al sistemului de referinţă galilean *K* care nu se află în mişcare de rotaţie. Din această perspectivă considerând lucrurile, ceasornicul din centrul discului n-are nici o viteză, în timp ce cel de la periferie, ca urmare a rotaţiei în raport cu *K,* se află în mişcare. După un rezultat din §12, ceasornicul al doilea merge, în raport cu *K,* mai încet decât cel din centrul discului. Acelaşi lucru trebuie să-l constate evident şi observatorul de pe disc, pe care-l

[15]Câmpul se anulează în centrul discului şi creşte proporţional cu distanţa pornind din acest punct spre exterior

presupunem situat în centrul discului lângă ceasul de acolo. Astfel, un ceasornic merge mai repede sau mai încet pe discul nostru sau în general într-un câmp gravitaţional, în funcţie de locul în care este plasat (în repaus) ceasornicul. De aceea nu este posibil ca timpul să fie definit raţional cu ajutorul ceasornicelor imobile în raport cu un sistem de referinţă. O dificultate asemănătoare apare şi atunci când se încearcă să se aplice aici vechea noastră definiţie a simultaneităţii, problemă asupra căreia nu voi insista.

Dar şi definiţia coordonatelor spaţiale ridică la început dificultăţi în aparenţă insurmontabile. Dacă observatorul aflat în mişcare odată cu discul va pune rigla sa gradată (o riglă foarte mică în raport cu raza discului) tangent la periferia discului, lungimea sa în raport cu un sistem de referinţă galilean va fi inferioară lui l, deoarece, conform §12, corpurile în mişcare suferă o contracţie în sensul mişcării. Dacă, dimpotrivă, el va aşeza aceeaşi riglă pe direcţia razei discului, atunci aceasta, raportată la *K,* nu va suferi nici o scurtare. Dacă observatorul va măsura cu rigla sa mai întâi circumferinţa discului si apoi diametrul lui si dacă va împărţi cele două rezultate ale măsurătorii unul la altul, atunci el nu va găsi ca rezultat cunoscutul număr $u = 3{,}14...$, ci un număr mai mare[16], în timp ce pentru un disc imobil în raport cu *K* se va obţine,

[16]în tot acest raţionament trebuie să folosim sistemul *K* galilean (nu cel în rotaţie) drept sistem de coordonate, deoarece numai în raport cu *K* trebuie să admitem ca valabile rezultatele teoriei speciale a relativităţii (în raport cu *K′* domneşte un câmp gravitaţional).

natural, prin aceeaşi operaţie, exact numărul TC. S-a demonstrat astfel că teoremele geometriei euclidiene nu sunt valabile riguros pentru discuri aflate în rotaţie şi, implicit, în general într-un câmp gravitaţional, cel puţin în cazul în care îi atribuim riglei lungimea l fără a ţine seama nici de poziţia si nici de orientarea sa. Noţiunea de linie dreaptă îşi pierde astfel semnificaţia. Nu vom putea deci defini exact coordonatele *x, y, z* în raport cu discul după metoda folosită în teoria specială a relativităţii. Totuşi, atâta vreme cât nu s-a definit ce înţelegem prin coordonatele spaţiale şi momentele temporale ale evenimentelor, nici legile naturii în care apar aceste indicaţii de coordonate n-au o semnificaţie exactă.

Toate raţionamentele expuse până acum privind teoria generală a relativităţii par a fi puse astfel sub semnul întrebării. De fapt, este suficient să folosim un expedient subtil pentru a putea aplica corect postulatul relativităţii generale. Pentru aceasta cititorul va fi pregătit prin consideraţiile ce vor urma.

§24. Continuul euclidian si neeuclidian

Să considerăm suprafaţa unei mese de marmură. Din oricare punct al mesei eu pot ajunge la oricare alt punct al acesteia deplasându-mă de un mare număr de ori spre un punct întotdeauna „vecin" sau, în alţi termeni, mergând din punct în punct, fără „salturi". Ce se înţelege prin „vecin" si prin „salturi" va fi, desigur, înţeles de cititor cu suficientă precizie (cu condiţia ca el să nu fie prea exigent).

Vom exprima aceasta spunând că suprafaţa este un continuu.

Să ne imaginăm apoi că, pentru „acoperirea" mesei, dispunem de un mare număr de bastonaşe de aceeaşi lungime. Prin aceasta trebuie să înţelegem că putem face să coincidă extremităţile acestor bastonaşe două câte două. Să plasăm deci patru asemenea bastonaşe pe suprafaţa mesei, astfel încât extremităţile lor să formeze un patrulater cu diagonalele de aceeaşi lungime (un pătrat); ne vom servi de un bastonaş de probă pentru a obţine egalitatea diagonalelor. Să alăturăm acestui pătrat alte pătrate egale, care să aibă în comun cu el un bastonaş, acestora din urmă să le alăturăm alte asemenea pătrate ş.a.m.d. In cele din urmă, întreaga masă va fi acoperită cu pătrate, astfel încât fiecare latură a unui pătrat să fie comună pentru două pătrate, iar fiecare colţ al unui pătrat să fie comun pentru patru pătrate.

Este o adevărată minune că putem face această operaţie fără a întâmpina cele mai mari dificultăţi. E suficient să ne gândim doar la următoarele.

Dacă într-un colţ comun construim trei pătrate, am şi trasat două laturi ale celui de-al patrulea pătrat.

Modul în care vor fi construite celelalte două laturi ale lui este astfel complet determinat, aşa încât eu nu mai pot modifica acest patrulater pentru a-i face diagonalele egale. Dacă ele sunt de la sine egale, înseamnă că masa si bastonaşele posedă o proprietate specială de care nu pot decât să mă minunez.

Dacă construcţia reuşeşte, vom vedea şi alte minuni de acest gen.

Dacă într-adevăr totul decurge normal, voi spune că punctele mesei formează un continuu euclidian în raport cu bastonaşele utilizate. Dacă voi alege un colţ al pătratului drept „origine", voi putea determina celelalte colturi ale pătratului în raport cu acest punct cu ajutorul a două numere. Nu e nevoie decât să precizez câte bastonaşe trebuie să aşez la „dreapta" şi câte în „sus" plecând de la punctul de origine pentru a ajunge la vârful avut în vedere. Aceste două numere reprezintă „coordonatele carteziene" ale acestui punct în raport cu „sistemul de coordonate cartezian" definit de aceste bastonaşe.

S-ar putea ca, în unele cazuri, această experienţă să nu reuşească, după cum putem vedea din următoarea modificare a experimentului ideal. Să presupunem că, sub influenţa creşterii temperaturii, bastonaşele se „dilată" şi că masa va fi încălzită în centrul ei, nu si la periferie, astfel încât în orice loc al mesei extremităţile a două dintre bastonaşele noastre se păstrează cap la cap. Construcţia noastră de pătrate va trebui astfel să fie necesarmente deranjată, deoarece bastonaşele din centrul mesei se vor dilata, în timp ce cele de la margine îşi vor menţine lungimea.

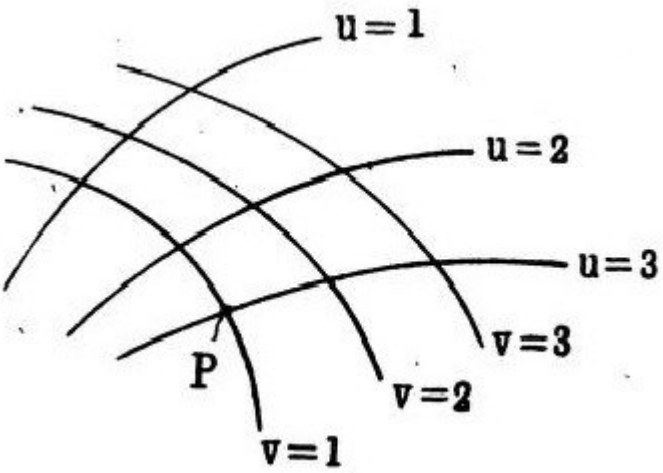
Suprafaţa mesei nu mai constituie un continuu euclidian în raport cu bastonaşele noastre (definite ca unităţi de măsură), iar noi nu mai suntem în situaţia de a defini imediat cu ajutorul lor coordonatele carteziene, deoarece construcţia precedentă nu mai poate fi realizată.

Dar, întrucât există alte obiecte care nu sunt influenţate în acelaşi mod ca bastonaşele (sau nu sunt deloc influenţate) de temperatura mesei, am putea reţine, în mod natural, concepţia după care suprafaţa mesei constituie un „continuu euclidian"; acesta se obţine în mod satisfăcător cu ajutorul unor convenţii mai subtile asupra măsurătorilor, adică a comparării lungimilor.

Dar dacă, sub influenţa temperaturii, bastonaşele de orice fel, adică din orice material, se vor comporta *la fel* pe suprafaţa mesei supuse unor temperaturi variabile şi dacă, pentru a constata acţiunea temperaturii, nu vom avea alt mijloc decât comportamentul geometric al bastonaşelor în experienţe analoge cu cea descrisă mai sus, am putea atribui distanţa l depărtării dintre două puncte de pe masă atunci când ele coincid cu extremităţile unuia dintre bastonaşele noastre; cum am putea defini altfel nearbitrar o distanţă? Dar atunci trebuie să abandonăm metoda coordonatelor carteziene şi s-o înlocuim cu alta care nu mai presupune validitatea geometriei euclidiene pentru corpurile rigide. Cititorul observă că situaţia expusă aici seamănă foarte mult cu cea pe care a adus-o cu sine postulatul general al relativităţii.

§25. Coordonate gaussiene

Iată cum a tratat Gauss această problemă din punct de vedere analitic-geometric. Să ne imaginăm pe suprafaţa mesei un sistem de curbe oarecare (vezi fig. 4),



pe care le vom desemna prin *u* şi le vom caracteriza pe fiecare printr-un număr, în desen sunt reprezentate curbele *u = 1, u* = 2 şi *u* = 3. Între curbele *u* = l şi *u = 2* trebuie să ne imaginăm un număr infinit de curbe corespunzând tuturor numerelor reale cuprinse între l şi 2. Avem astfel un sistem de curbe *u* infinit apropiate pe toată suprafaţa mesei. Nici o curbă *u* nu trebuie să intersecteze o altă asemenea curbă; prin orice punct de pe suprafaţă trece una si numai una dintre aceste curbe. Astfel, fiecărui punct de pe suprafaţa tablei îi corespunde o valoare bine determinată a lui *u. Să ne* imaginăm de asemenea un sistem de bastonaşelor rigide (analoge cu cele realizate pe suprafaţa mesei), ele vor satisface alte legi decât cele ale geometriei euclidiene a planului. Această suprafaţă nu constituie un continuu euclidian în raport cu bastonaşele si pe ea nu se pot defini coordonatele carteziene. Gauss a arătat după ce principii putem trata relaţiile geometrice pe această suprafaţă, deschizând

astfel calea geometriei lui Riemann a continuurilor neeuclidiene pluridimensionale. De aceea matematicienii au rezolvat deja de multă vreme problemele formale la care conduce postulatul general al relativităţii.

Fiecărui punct al suprafeţei mesei îi va corespunde atunci o valoare a lui *u* si una a lui *v,* numere pe care le vom numi *coordonate* (coordonate *gaussiene).* De exemplu, punctul P reprezentat în figură are drept coordonate gaussiene *u* = 3, v = 1. Două puncte vecine P şi P' de pe suprafaţă corespund coordonatelor si

$$P: u; v$$

$$P': u + du; v + dv,$$

unde *du* şi *dv* reprezintă numere foarte mici. Fie ds numărul foarte mic reprezentând distanţa măsurată cu o riglă gradată dintre P si P'. După Gauss,

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}dudv + g_{22}dv^2$$

unde g_{11}, g_{12}, g_{22} reprezintă mărimi ce depind într-o modalitate precisă de *u* şi *v.* Mărimile g_{11}, g_{12}, g_{22} determină comportamentul bastonaşelor în raport cu curbele *u* si *v* şi ca urmare în raport cu suprafaţa mesei, în cazul în care punctele suprafeţei considerate constituie un continuu euclidian în raport cu bastonaşele de măsură, dar numai în acest caz, e posibil să alegem curbele *u* şi *v* şi să le atribuim numere astfel încât să avem, simplu,

$$ds^2 = du^2 + dv^2.$$

In acest caz curbele *u* si *v* sunt linii drepte în sensul geometriei euclidiene, linii ortogonale. Atunci coordonatele gaussiene sunt, simplu, coordonate carteziene. Coordonatele gaussiene,

după cum se observă, nu sunt decât două numere atribuite fiecărui punct de pe suprafaţă în aşa fel încât la două puncte vecine în spaţiu corespund valori foarte puţin diferite ale coordonatelor.

Aceste consideraţii se aplică mai întâi unui continuu bidimensional. Dar metoda gaussiană se poate aplica şi unui continuu cu trei, patru sau mai multe dimensiuni. Să considerăm, de exemplu, un continuu cvadridimensional; vom pune în corespondenţă fiecărui punct al continuului în mod arbitrar patru numere x_1 x_2, x_3, x_4, care vor fi numite „coordonate". Punctelor vecine le vor corespunde valori ale coordonatelor vecine. Dacă am definit fizic distanţa a două puncte vecine P şi P' şi dacă ştim cum s-o măsurăm, vom avea formula

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \ldots + g_{44}dx_4^2$$

unde mărimile g_{11} etc. au valori ce variază după locul din continuu. Numai în cazul în care continuul este euclidian e posibil să punem în corespondenţă punctelor continuului coordonatele x_1 x_2, x_3, x_4, astfel încât vom avea simplu:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

Atunci în continuul cvadridimensional sunt valabile relaţii analoge cu cele pe care le satisfac măsurările în continuul nostru tridimensional.

Reprezentarea gaussiană pentru ds^2 nu este totuşi posibilă decât dacă putem considera drept

continuuri euclidiene domenii suficient de mici ale continuului studiat. Aceasta se întâmplă evident în cazul mesei şi al temperaturii variabile în funcţie de loc. Deoarece pentru o parte mică a mesei temperatura este practic constantă, iar bastonasele se comportă geometric aproape conform regulilor geometriei euclidiene. Dificultatea construirii pătratelor din paragraful precedent nu va mai apărea decât atunci când această construcţie se va extinde asupra unei părţi considerabile a mesei.

În rezumat, putem spune: Gauss a descoperit o metodă pentru studiul matematic al continuurilor oarecare, în care se definesc relaţiile metrice („distanţa" punctelor vecine). Fiecărui punct al continuului îi vor corespunde atâtea numere (coordonate gaussiene) câte dimensiuni are continuul. Această corespondentă trebuie să fie univocă şi de o asemenea natură încât punctelor vecine să le corespundă numere infinit de puţin diferite (coordonate gaussiene). Sistemul de coordonate gaussian este o generalizare logică a sistemului de coordonate cartezian.

El este aplicabil si continuurilor neeuclidiene, dar numai atunci când mici părţi ale continuului studiat în raport cu măsura definită („distanţa") pot fi considerate ca euclidiene cu o aproximaţie cu atât mai mare, cu cât partea considerată a continuului este mai mică.

§26. Continuul spaţio-temporal al teoriei speciale a relativităţii - continuu euclidian

Acum suntem în măsură să expunem cu mai multă precizie ideile lui Minkowski indicate doar sumar în §17. Conform teoriei speciale a relativităţii anumite sisteme de coordonate, pe care le-am numit „sisteme de coordonate galileene", joacă un rol special în descrierea continuului cvadridimensional spaţio-temporal. Pentru ele, cele patru coordonate *x, y,* z, *t,* care determină un eveniment sau, altfel spus, un punct al continuului cvadridimensional, sunt definite fizic într-un mod simplu, aşa cum s-a arătat pe larg în prima parte a acestei lucrări.

Pentru trecerea de la un sistem galilean la altul aflat în mişcare uniformă în raport cu el sunt valabile ecuaţiile transformării Lorentz care formează baza pentru derivarea consecinţelor teoriei speciale a relativităţii şi nu reprezintă, la rândul lor, decât expresia valabilităţii universale a legii propagării luminii pentru toate sistemele de referinţă galileene.

Minkowski a descoperit că transformarea Lorentz satisface următoarele condiţii simple. Să considerăm două evenimente vecine, a căror poziţie relativă e dată în continuul cvadridimensional prin diferenţele de coordonate spaţiale *dx,* dy, dz si prin diferenţa de timp *dt* în raport cu un sistem de referinţă galilean *K.* In raport cu un al doilea sistem galilean, diferenţele analoge pentru aceste două evenimente vor fi *dx', dy', dz', dt'.* Atunci aceste mărimi vor satisface mereu condiţia

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2.$$

Aceste condiţii au drept consecinţă validitatea transformării Lorentz. Putem spune şi astfel: mărimea

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

relativă la două puncte vecine ale continuului cvadridimensional spatiu-timp îşi conservă aceeaşi valoare pentru toate sistemele de referinţă preferenţiale (galileene). Dacă se înlocuiesc *x, y, z,* $\sqrt{-1}ct$ prin x_1, x_2, x_3, x_4 se observă că măsura

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

este independentă de alegerea sistemului de referinţă. Vom numi mărimea ds „distanţa" celor două evenimente sau puncte cvadridimensionale.

Dacă în locul variabilei reale *t* se alege ca variabilă temporală variabila imaginară $\sqrt{-1}ct$ $\sqrt{-1}ct$ se poate, conform teoriei speciale a relativităţii, considera continuul spaţio-temporal ca un continuu „euclidian" cvadridimensional, aşa cum a rezultat din raţionamentele din paragraful anterior.

§27. Continuul spaţio-temporal al teoriei generale a relativităţii nu este un continuu euclidian

In prima parte a acestei lucrări am putut utiliza coordonate spaţiale şi temporale susceptibile de

o interpretare fizică simplă şi directă şi care, după §26, pot fi interpretate drept coordonate carteziene cu patru dimensiuni. Acest lucru era posibil pe baza legii constanţei vitezei luminii în vid, pe care însă, conform §21, teoria generală a relativităţii nu o mai acceptă; am ajuns, dimpotrivă, la rezultatul după care, conform teoriei generale a relativităţii, viteza luminii trebuie să depindă mereu de coordonate, atunci când e prezent un câmp gravitaţional. Am găsit apoi, în §23 pe un caz particular, că prezenţa unui câmp gravitaţional face imposibilă acea definire a coordonatelor şi a timpului care ne-a condus la realizarea obiectivului în teoria specială a relativităţii.

Date fiind aceste rezultate, ajungem la convingerea că, după teoria generală a relativităţii, continuul spaţio-temporal nu mai poate fi înţeles ca un continuu euclidian, ci că aici ne aflăm în cazul general pe care l-am întâlnit deja pentru continuul bidimensional al suprafeţei mesei si al temperaturii variabile. Aşa cum acolo nu era posibil să se construiască din bastonaşe egale un sistem de coordonate cartezian, la fel si aici e imposibil să construim din corpuri rigide şi ceasornice un sistem (sistem de referinţă) în aşa fel încât etaloanele de lungime şi ceasornicele rigid legate între ele să indice în mod direct poziţia şi timpul. Aceasta este dificultatea pe care am întâlnit-o în §23.

Explicaţiile din §25 si §26 ne indică însă calea de urmat pentru depăşirea acestei dificultăţi. Raportăm într-un mod arbitrar continuul spaţio-temporal cvadridimensional la coordonatele

gaussiene.

Vom face să corespundă fiecărui punct al continuului patru numere x_1 x_2, x_3, x_4 (coordonate) care nu posedă o semnificaţie fizică nemijlocită, ci servesc numai la numerotarea punctelor continuului într-o anume modalitate arbitrară. Această corespondentă nu trebuie să fie în mod necesar de aşa natură încât x_1 x_2, x_3 să reprezinte „coordonate spaţiale", iar x_4 „coordonata temporală".

Cititorul ar putea crede că o asemenea descriere a lumii este cu totul insuficientă. De ce să se atribuie unui eveniment coordonatele determinate x_1 x_2, x_3, x_4, dacă aceste coordonate n-au nici o semnificaţie? La o examinare mai atentă se observă însă că această întrebare nu este întemeiată. Să considerăm, de exemplu, un punct material oarecare în mişcare. Dacă acesta ar avea doar o existenţă momentană, lipsită de durată, atunci el ar putea fi descris spaţio-temporal printr-un singur sistem de valori x_1 x_2, x_3, x_4. Existenţa sa durabilă poate fi caracterizată printr-un număr infinit de mare de sisteme de valori (ale căror coordonate diferă infinit de puţin unele de altele), punctele fiind foarte apropiate între ele; punctului material îi va corespunde deci o linie (unidimensională) într-un continuu cvadridimensional. Mai multor puncte în mişcare le vor corespunde de asemenea astfel de linii în continuul nostru. Numai propoziţiile referitoare la aceste puncte, care pot pretinde realitatea fizică, sunt realmente propoziţii asupra coincidenţei acestor puncte. O asemenea coincidenţă se manifestă în reprezentarea noastră matematică

prin faptul că cele două linii reprezentând mişcările respective ale acestor două puncte au comun un anumit sistem de valori de coordonate x_{lr} x_2, x_3, x_4. Cititorul va admite desigur după o anumită reflecţie că asemenea coincidente sunt, de fapt, singurele constatări reale cu caracter spatio-temporal pe care le întâlnim în enunţurile fizice.

Când am descris mai înainte mişcarea unui punct material fată de un sistem de referinţă nu am indicat altceva decât coincidenţele acestui punct cu puncte determinate ale sistemului de referinţă. Indicaţiile de timp rezultă si ele din constatarea coincidenţei corpurilor cu ceasornice, legată de constatarea coincidentei indicatoarelor ceasornicelor cu puncte determinate de pe cadran. La fel se petrec lucrurile cu măsurările lungimilor cu etaloane, cum poate rezulta după o mică reflecţie.

In general, orice descriere fizică se descompune într-un număr de propoziţii, fiecare dintre ele raportându-se la coincidenţa spaţio-temporală a două evenimente A şi B. Orice asemenea propoziţie se exprimă în coordonate gaussiene prin concordanta celor patru coordonate x,, x_2, x_3, x_4. Descrierea continuului spaţio-temporal prin coordonate gaussiene înlocuieşte de fapt în mod complet descrierea cu ajutorul unui sistem de referinţă, fără a mai prezenta neajunsurile acestei ultime metode; ea nu mai este legată de caracterul euclidian al continuului pe care-l reprezintă.

§28. Formularea exactă a principiului

general al relativităţii

Acum suntem în situaţia de a înlocui formularea provizorie din §18 a principiului general al relativităţii printr-una exactă. Forma adoptată atunci:

„Toate sistemele de referinţă *K, K'* etc. sunt echivalente pentru descrierea naturii (formularea legilor generale ale naturii), oricare ar fi starea lor de mişcare" nu mai poate fi păstrată, deoarece nu mai este posibilă folosirea corpurilor de referinţă rigide pentru descrierea spaţio-temporală, în sensul metodei urmate în teoria specială a relativităţii. Se înlocuieşte sistemul de referinţă prin sistemul de coordonate gaussiene. Ideea principală a principiului general al relativităţii este exprimată de următoarea propoziţie: *Toate sistemele de coordonate gaussiene sunt principial echivalente pentru formularea legilor generale ale naturii.*

Putem enunţa acest principiu general al relativităţii si într-o altă formă, care indică şi mai clar faptul că această propoziţie este o generalizare naturală a principiului special al relativităţii. După teoria specială a relativităţii, ecuaţiile care exprimă legile generale ale naturii se transformă în ecuaţii de aceeaşi formă atunci când, prin utilizarea transformării Lorentz, în locul variabilelor *x,* y, z, *t* de poziţie şi timp ale unui sistem de referinţă (galilean) *K,* se introduc variabilele *x', y', z', t'* ale unui nou sistem de referinţă *K' .* După teoria generală a relativităţii, dimpotrivă, aceste ecuaţii trebuie să se transforme în ecuaţii de aceeaşi formă printr-o substituţie oarecare a variabilelor gaussiene x_1

x_2 x_3, x_4, deoarece orice transformare (nu doar transformarea Lorentz) corespunde unei schimbări de coordonate gaussiene.

Dacă nu vrem să renunţăm la intuiţia obişnuită tridimensională, vom putea caracteriza dezvoltarea ideilor fundamentale ale teoriei generale a relativităţii după cum urmează. Teoria specială a relativităţii se referă la domenii galileene, adică la domenii în care nu există nici un câmp gravitaţional. Ca sistem de referinţă serveşte aici un sistem de referinţă galilean, adică un corp rigid într-o stare de mişcare astfel aleasă încât în raport cu ea e valabil principiul galilean al mişcării uniforme-rectilinii a punctelor materiale „izolate".

Anumite consideraţii conduc la raportarea acestor domenii galileene la sisteme de referinţă care nu sunt galileene. Există atunci, în raport cu acestea, un câmp gravitaţional de un tip particular (§20 si 23).

Dar, în câmpuri gravitaţionale nu există corpuri rigide cu proprietăţi euclidiene. Ficţiunea corpurilor de referinţă rigide eşuează în teoria generală a relativităţii. Mersul ceasornicelor este si el influenţat de câmpurile gravitaţionale, astfel încât o definiţie fizică a timpului cu ajutorul direct al acestor ceasornice nu are deloc acelaşi grad de evidenţă ca în teoria specială a relativităţii.

De aceea se utilizează corpuri de referinţă nerigide, care nu numai că se află într-o mişcare oarecare, ca orice corp, dar care în timpul mişcării lor suferă schimbări de formă arbitrare. Pentru a defini timpul se utilizează ceasornice

care funcţionează după orice lege de mişcare, oricât de neregulată, pe care ni le imaginăm fixate fiecare într-un punct al sistemului de referinţă nerigid şi care nu satisfac decât condiţia ca indicatoarele simultan observabile ale ceasornicelor situate în vecinătate să difere infinitezimal. Aceste corpuri de referinţă nerigide, pe care le-am putea numi pe drept cuvânt „moluşte de referinţă", sunt esentialmente echivalente cu un sistem oarecare de coordonate gaussiene cu patru dimensiuni. Ceea ce-i conferă „moluştei" în raport cu sistemul de coordonate gaussian un anume caracter intuitiv este conservarea din punct de vedere formal (conservare, de fapt, nejustificată) a existentei proprii a coordonatelor „spaţiale" în raport cu coordonata „temporală".

Fiecare punct al moluştei este considerat un punct în spaţiu, fiecare punct material imobil în raport cu el va fi considerat pur şi simplu ca imobil, atâta vreme cât moluscă va fi luată ca sistem de referinţă. Principiul general al relativităţii cere ca toate aceste moluşte să poată fi întrebuinţate cu egală îndreptăţire şi cu succes egal ca sisteme de referinţă în formularea legilor generale ale naturii; legile trebuie să fie complet independente de alegerea moluştelor.

Tocmai în această limitare drastică impusă legilor naturii constă intuiţia esenţială imanentă principiului general al relativităţii.

§29. Soluţia problemei gravitaţiei pe baza principiului general al relativităţii

Cititorul care a urmărit toate consideraţiile expuse până acum nu va avea nici o dificultate să înţeleagă metoda care va oferi soluţia problemei gravitaţiei.

Vom începe prin a considera un domeniu galilean, adică un domeniu în care nu există câmp gravitaţional în raport cu sistemul de referinţă galilean *K.* Ştim din teoria specială a relativităţii cum se comportă riglele şi ceasornicele în raport cu *K* si de asemenea cum se comportă punctele materiale „izolate"; acestea se mişcă rectiliniu şi uniform.

Să raportăm acum acest domeniu la un sistem de coordonate gaussian oarecare sau mai degrabă la o „moluscă" luată ca sistem de referinţă *K′.*

In raport cu *K′* există un câmp gravitaţional (de un gen particular). Un calcul simplu ne permite să determinăm comportamentul riglelor şi al ceasornicelor precum şi al punctelor materiale în mişcare liberă în raport cu *K′.* Acest comportament îl vom interpreta ca fiind un comportament al riglelor, ceasornicelor si punctelor materiale, sub influenţa câmpului gravitaţional G. Se va introduce apoi ipoteza după care influenţa unui câmp gravitaţional asupra riglelor, ceasornicelor şi punctelor materiale în mişcare liberă se produce după aceleaşi legi chiar şi atunci când câmpul gravitaţional *nu* poate fi derivat prin simple transformări de coordonate din cazul particular galilean.

După aceea se cercetează comportamentul spaţio-temporal al unui câmp gravitaţional G

derivat din cazul galilean special prin simple transformări de coordonate şi se exprimă acest comportament printr-o lege care este mereu valabilă, indiferent de alegerea şi sistemul de referinţă (moluscă) utilizat pentru descrierea fizică.

Această lege nu este încă legea *generală* a câmpului gravitaţional, întrucât câmpul gravitaţional studiat, G, este de un tip particular. Pentru a descoperi legea generală a câmpului gravitaţional este necesară încă o generalizare a legii astfel obţinută; această generalizare este complet determinată dacă se iau în consideraţie următoarele condiţii:

a. Generalizarea căutată trebuie să satisfacă de asemenea principiul general al relativităţii.

b. Dacă în domeniul considerat există materie, câmpul pe care ea îl produce nu depinde decât de masa sa inerţială şi, ca urmare, conform §15, doar de energia sa.

c. Ansamblul format din câmpul gravitaţional şi masă trebuie să satisfacă legea conservării energiei (sau impulsului).

Finalmente, principiul general al relativităţii ne permite să aflăm influenţa câmpului gravitaţional asupra desfăşurării tuturor acelor procese care în cazul absenţei unui câmp gravitaţional se supun legilor cunoscute, adică a celor deja introduse în cadrul teoriei speciale a relativităţii. Vom urma aici, în principiu, metoda care a fost analizată mai înainte pentru rigle, ceasornice şi puncte materiale în mişcare liberă.

Teoria gravitaţiei dedusă astfel din principiul general al relativităţii nu se distinge doar prin

frumuseţea sa; ea nu corijează doar defectul, indicat în §21, pe care-l prezintă mecanica clasică; ea nu explică doar legea experimentală a egalităţii dintre masa inerţială şi masa grea; în plus, ea a explicat deja două rezultate de observaţie ale astronomiei esenţial diferite în faţa cărora mecanica clasică eşua.

Al doilea dintre aceste rezultate, şi anume curbarea razelor de lumină de către câmpul gravitaţional al Soarelui, a fost deja amintit. Primul se referă la orbita planetei Mercur.

Dacă se consideră ecuaţiile teoriei generale a relativităţii în cazul special când câmpurile gravitaţionale sunt slabe si toate masele se deplasează în raport cu un sistem de coordonate cu viteze mici faţă de viteza luminii, se va obţine imediat teoria lui Newton ca primă aproximaţie; această teorie se obţine fără a introduce ipoteze speciale, în timp ce Newton a fost obligat să introducă ipoteza unei forţe de atracţie invers proporţională cu pătratul distanţei dintre punctele materiale aflate în interacţiune. Dacă se măreşte gradul de precizie a calculelor, vor apărea unele abateri de la teoria lui Newton, care scapă însă aproape în întregime observaţiilor noastre din cauza micimii lor.

Una dintre aceste abateri va trebui considerată aici în mod special. După teoria lui Newton, o planetă se mişcă în jurul Soarelui pe o elipsă care-şi va păstra permanent poziţia în raport cu stelele fixe, dacă se vor putea neglija acţiunea altor planete asupra planetei considerate şi mişcarea proprie a stelelor fixe. Dacă vom face abstracţie de aceste două influenţe, atunci

orbita planetelor va trebui să fie invariabilă în raport cu stelele fixe, în cazul în care teoria lui Newton este exactă. Această consecinţă testabilă cu o precizie foarte mare s-a confirmat la toate planetele până la planeta cea mai apropiată de Soare, Mercur, cu precizia observaţiilor pe care o putem atinge astăzi. Despre planeta Mercur însă noi ştim deja de la Leverrier că elipsa care reprezintă traiectoria sa, corijată în sensul de mai sus, nu este imobilă în raport cu stelele fixe, ci se află într-o mişcare de rotaţie extraordinar de lentă în planul traiectoriei şi în sensul mişcării de revoluţie. Pentru această mişcare de rotaţie a elipsei traiectoriei s-a determinat o valoare de 43 secunde de arc pe secol, cu o eroare mai mică de câteva secunde de arc. Explicaţia acestui fenomen prin mecanica clasică nu poate fi dată decât introducând ipoteze puţin plauzibile şi concepute special în acest scop.

Din teoria generală a relativităţii rezultă că orice elipsă a planetelor va trebui cu necesitate să se rotească în modul indicat mai sus în jurul Soarelui; la toate celelalte planete cu excepţia lui Mercur, această rotaţie este însă prea mică pentru a putea fi constatată cu precizia măsurătorilor noastre actualmente realizabile; pentru Mercur, ea atinge însă 43 de secunde de arc pe secol, exact aşa cum a fost stabilit pe baza observaţiei.

In plus, din această teorie s-a putut deduce până acum o consecinţă susceptibilă a fi verificată prin observaţii, si anume deplasarea spectrului luminii pe care o primim de la stelele

uriaşe în raport cu cea produsă pe Pământ în mod analog (adică produsă de acelaşi tip de molecule). Nu mă îndoiesc de faptul că şi această consecinţă a teoriei va fi curând confirmată.

Consideraţii asupra universului ca întreg

§30. Dificultăţile cosmologice ale teoriei newtoniene

În afara dificultăţii expuse în §21, mecanica cerească clasică întâmpină de asemenea încă o a doua dificultate principială care, după ştiinţa mea, a fost discutată pentru prima dată în mod detaliat de astronomul Seeliger. Dacă se studiază cum poate fi considerat universul ca întreg, atunci răspunsul cel mai natural pare a fi următorul: universul este infinit în spaţiu (şi în timp). Peste tot există stele, astfel încât densitatea materiei, deşi este local foarte diferită, global rămâne aceeaşi, în alţi termeni: oricât de departe am călători în spaţiu, se vor găsi peste tot răspândite o mulţime de stele fixe, de acelaşi tip şi aceeaşi densitate.

Această concepţie este incompatibilă cu teoria lui Newton. Teoria sa pretinde mai degrabă că universul are un gen de centru, în care densitatea stelelor este maximă, iar această densitate a stelelor scade pornind din acest centru în afară, pentru a fi înlocuită, la o distanţă suficient de mare, de un spaţiu vid infinit. Lumea stelelor ar constitui o insulă finită în oceanul infinit al spaţiului.

Această reprezentare este, în sine, puţin

satisfăcătoare. Ea este si mai puţin satisfăcătoare dacă ţinem seama de faptul că se ajunge la următoarea consecinţă: lumina emisă de stele şi stelele izolate de sistemul stelar se vor deplasa constant spre infinit fără a mai reveni vreodată şi fără a mai intra vreodată în interacţiune cu alte obiecte naturale.

Universul materiei aglomerate într-o regiune finită sărăceşte astfel sistematic puţin câte puţin.

Pentru a scăpa de aceste consecinţe, Seeliger a modificat legea lui Newton, admiţând că atracţia a două mase descreşte la distanţe mari mai repede decât arată legea inversului pătratelor distanţelor. Se obţine astfel faptul că densitatea medie a materiei este constantă peste tot la infinit, fără ca prin aceasta să rezulte câmpuri gravitaţionale infinite. Ne eliberăm astfel de reprezentarea incomodă a unui univers material ce ar poseda necesarmente un gen de centru. Fără îndoială, aceasta[17] eliberare de dificultăţile principiale schiţate aici se plăteşte printr-o modificare şi o complicare a legii lui Newton, care nu pot fi întemeiate nici pe experienţă si nici teoretic. S-ar putea imagina un număr de legi care ar oferi acelaşi rezultat fără a putea avea un temei pentru a prefera una dintre

[17]Justificarea acestei teze: După teoria lui Newton, într-o masă *m* ajunge un anumit număr de „linii de forţă" venind de la infinit, număr proporţional cu masa *m.* Dacă densitatea p_0 *a* maselor din univers este constantă în centru, o sferă de volum *V* va închide în medie masa $p_0 V$. Numărul liniilor de forţă ce pătrund prin unitatea de suprafaţă în această sferă este proporţional cu p_0 sau $p_0 R$. Intensitatea câmpului la suprafaţa sferei va creşte deci la infinit odată cu raza acesteia, ceea ce este imposibil

ele; deoarece toate aceste legi sunt la fel de puţin întemeiate, ca si legea lui Newton, pe principii generale teoretice.

§31. Posibilitatea unui univers *finit* si totuşi *nelimitat*

Speculaţiile cu privire la structura universului s-au orientat si într-o altă direcţie, complet diferită. Dezvoltarea geometriei neeuclidiene a condus la ideea că ne-am putea îndoi de *infinitatea* spaţiului nostru, fără ca prin aceasta să intrăm în contradicţie cu legile gândirii sau cu experienţa (Riemann, Helmholtz). Acest lucru a fost expus deja de Helmholtz si Poincare în detaliu si cu o limpezime ce n-ar putea fi depăşită; de aceea aici nu voi încerca decât să schiţez sumar problema.

Să ne imaginăm un mediu cu două dimensiuni şi fiinţe plate cu instrumente plate, în particular cu rigle plate si rigide, în mişcare liberă într-un *plan.*

Să presupunem că pentru ele nu există nimic în afara acestui plan şi că mediul plan pe care ele îl observă direct şi prin obiectele lor plate în planul lor este unul cauzal închis. In particular, construcţiile geometriei euclidiene a planului sunt realizabile cu bastonaşe, de exemplu construcţia reţelei pe suprafaţa mesei, despre care am discutat în §24. Universul acestor fiinţe este, spre deosebire de universul nostru, bidimensional, dar, ca şi universul nostru, el este infinit în întindere. Pe el au loc un număr infinit de pătrate egale din bastonaşe, cu alte cuvinte, volumul lui (suprafaţa) este infinit. Are sens ca

aceste fiinţe să spună că universul lor este *„plan",* si anume în sensul că sunt posibile construcţiile geometriei plane euclidiene cu ajutorul bastonaşelor, fiecare bastonaş reprezentând întotdeauna aceeaşi lungime independent de poziţia sa.

Să ne imaginăm apoi un mediu cu două dimensiuni nu pe un plan, ci pe suprafaţa unei sfere. Fiinţele plate se află pe acest plan cu rigle şi toate celelalte obiecte ale lor, si nu-l pot părăsi; întreaga lume a experienţei lor se limitează aproape exclusiv la suprafaţa sferei. Ar putea aceste fiinţe să considere geometria lumii lor ca o geometrie euclidiană bidimensională, iar bastonaşele ca expresii ale „distanţei în linie dreaptă"? Nu. Deoarece încercând să traseze o linie dreaptă ei vor obţine o curbă, pe care o vom desemna în geometria noastră „tridimensională" printr-un cerc mare, adică o curbă închisă de o lungime determinată şi finită pe care o putem măsura cu ajutorul unei rigle. De asemenea, acest univers are o suprafaţă limitată, care se poate compara cu cea a unui pătrat format din bastonaşe. Acest raţionament este extrem de seducător, întrucât el conduce la următoarea idee: *Universul acestor fiinţe este finit si totuşi nu are limite.*

Dar fiinţele de pe sferă n-au nevoie să călătorească mult pentru a-şi da seama că ele nu locuiesc într-un univers euclidian. Ele se pot convinge de aceasta pe orice porţiune din lumea lor care nu este foarte mică. Ele vor trasa pornind dintr-un punct în toate direcţiile linii „drepte" (arcuri de cerc în geometria

tridimensională) de aceeaşi lungime. Vom desemna prin „cerc" linia care uneşte extremităţile acestor lungimi. Raportul dintre circumferinţa unui cerc măsurată cu un bastonaş si diametrul lui, măsurat cu acelaşi bastonaş, este, conform geometriei plane euclidiene, egal cu o constantă π, care este independentă de diametrul cercului.

Pentru acest raport teoria noastră va găsi pe suprafaţa sferei valoarea *n* adică o valoare inferioară lui π şi care se îndepărtează cu atât mai mult de TC cu cât raza *r* a cercului în raport cu raza R a „universului sferic"

considerat va fi mai mare. Din această relaţie fiinţele de pe sferă pot să deducă raza *R a* universului lor, chiar dacă ele nu au la dispoziţie pentru măsurători decât o parte relativ mică din sfera lor.

Dar dacă această parte este prea mică, ele nu mai pot să constate că se află într-un univers sferic si nu într-un plan euclidian; o parte mică a suprafeţei unei sfere se distinge puţin de partea echivalentă a unui plan.

Astfel, dacă fiinţele universului sferic ar locui pe o planetă al cărei sistem solar n-ar cuprinde decât o porţiune infinit mică a universului sferic, ele n-ar avea posibilitatea să decidă dacă locuiesc într-o lume finită sau infinită, întrucât porţiunea de univers accesibilă experimentelor lor este, în ambele cazuri, practic un plan, respectiv unul euclidian.

Intuiţia ne arată imediat că pentru aceste fiinţe circumferinţa cercului creste odată cu raza până la „limita universului", pentru ca apoi, odată cu

creşterea în continuare a razei, aceasta să descrească treptat până la zero. Suprafaţa cercului va creşte atunci mereu, până când ea va deveni egală cu suprafaţa totală a întregului univers sferic.

Cititorul s-ar putea mira de faptul că am plasat fiinţele noastre pe o sferă şi nu pe o altă suprafaţă închisă. Acest fapt îşi are justificarea în aceea că sfera se distinge în raport cu toate celelalte suprafeţe închise prin proprietatea de a avea toate punctele echivalente. Raportul dintre circumferinţa *u* a unui cerc şi raza sa va depinde de raza sa *r;* dar, pentru o valoare dată a lui *r,* el este acelaşi pentru toate punctele suprafeţei sferei; universul sferic constituie o „suprafaţă de curbură constantă".

Există un analog tridimensional pentru acest univers sferic bidimensional, spaţiul sferic tridimensional pe care l-a descoperit Riemann. Punctele lui sunt de asemenea toate echivalente. El posedă un volum finit, depinzând de „raza" sa *R (*$2\pi^2R^3$*).* Ne putem oare reprezenta un spaţiu sferic? A ne reprezenta un spaţiu înseamnă a ne reprezenta un ansamblu de experienţe „în spaţiu", adică de experienţe pe care le-am putea realiza prin mişcarea corpurilor „rigide". In acest sens, poate fi reprezentat spaţiul sferic.

Dintr-un punct vom trasa linii drepte în toate direcţiile (utilizând sfori) şi vom pune pe fiecare dintre ele aceeaşi lungime *r* cu rigla de măsură. Toate extremităţile acestor lungimi se vor afla pe suprafaţa unei sfere. Putem să măsurăm suprafaţa acestei sfere (F) cu pătrate ale căror

laturi sunt egale cu rigla. Dacă universul este euclidian, atunci

$F = \pi r^2$. Dacă universul este sferic, atunci F va fi mereu mai mic decât πr^2. *F* creşte odată cu creşterea lui *r* de la zero până la un maximum determinat de „raza universului", iar pentru creşterea ulterioară a razei sferei *r* va descreşte din nou până la zero. Liniile drepte radiale ce pornesc dintr-un punct de origine se vor îndepărta din ce în ce mai mult unele de altele, după aceea se vor apropia din nou, pentru ca în final să conveargă la „polul" punctului de origine; ele au măsurat, în toată întinderea sa, spaţiul sferic. Ne putem convinge uşor că spaţiul sferic tridimensional este complet analog celui bidimensional (suprafaţa unei sfere). El este finit (adică de volum finit), fără a avea limite.

Să observăm că există şi un tip degenerat de spaţiu sferic, „spaţiul eliptic". El poate fi conceput ca un spaţiu sferic în care punctele polare sunt identice (nu pot fi distinse). Un univers eliptic ar putea fi atunci considerat, într-un anumit sens, un univers sferic simetric centrat.

Din cele spuse până acum rezultă că ne putem imagina spaţii închise care nu au limite. Printre acestea, spaţiul sferic (sau eliptic) se distinge prin simplitatea sa, întrucât toate punctele sale sunt echivalente. Pentru fizicieni şi astronomi se pune astfel întrebarea extrem de interesantă de a afla dacă universul în care ne aflăm noi este infinit sau finit în genul universului sferic. Experienţa nu este suficientă pentru a răspunde la această întrebare; dar teoria generală a

relativităţii permite să răspundem cu o certitudine relativă; ea oferă de asemenea şi soluţia la dificultatea enunţată în §30.

§32. Structura spaţiului conform teoriei generale a relativităţii

Conform teoriei generale a relativităţii, proprietăţile geometrice ale spaţiului nu sunt independente, ci depind de materie. De aceea nu putem spune nimic despre structura geometrică a universului dacă nu se presupune cunoscută starea materiei.

Experienţa ne-a învăţat că, prin alegerea convenabilă a sistemului de coordonate, vitezele stelelor sunt mici în raport cu viteza de propagare a luminii. De aceea, într-o primă aproximaţie, putem cunoaşte în mare constituţia universului considerând materia imobilă.

Ştim deja din explicaţiile anterioare că riglele şi ceasornicele sunt influenţate în comportamentul lor de câmpurile gravitaţionale, cu alte cuvinte de distribuţia materiei. Din aceasta decurge că, în universul nostru, nu se poate pune problema validităţii exacte a geometriei euclidiene. Dar ne putem imagina că universul nostru diferă puţin de un univers euclidian; această idee se justifică prin aceea că, prin calcul, se poate arăta influenţa extrem de redusă a maselor asupra metricii spaţiului înconjurător, chiar dacă masele ar avea mărimea Soarelui. Ne-am putea imagina că, din punct de vedere geometric, se comportă ca o suprafaţă de curbură neregulată în detaliu, dar care nu diferă nicăieri prea mult de un plan, de exemplu ca suprafaţa unei mări ondulate de

mici valuri. Am putea numi pe bună dreptate acest univers un „univers cvasi-euclidian". El ar fi spaţial infinit. Calculul ne arată însă că într-un univers cvasi-euclidian densitatea medie a materiei trebuie să fie nulă. Un asemenea univers n-ar putea fi populat peste tot cu materie; el ne-ar oferi imaginea nesatisfăcătoare pe care am schiţat-o în §30.

Dar universul nu este cvasi-euclidian dacă densitatea medie a materiei diferă oricât de puţin de zero. Calculul ne arată, dimpotrivă, că el va fi necesarmente sferic (sau eliptic), dacă materia ar prezenta o densitate uniformă, întrucât în realitate materia nu este repartizată uniform, universul real nu prezintă în mod riguros proprietăţile unui univers sferic; el trebuie să fie cvasisferic. Dar el va trebui în mod necesar să fie finit. Teoria oferă chiar o corelaţie simplă între întinderea universului în spaţiu si densitatea medie a materiei.